ЧАСТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СТАВРОПОЛЬСКИЙ МНОГОПРОФИЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ВНЕАУДИТОРНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

учебной дисциплине

«Математика»

для обучающихся по специальности 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений.

Ставрополь, 2023

Методические указания составлены в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом среднего профессионального образования по специальности 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений и программой дисциплины «Математика». В методических указаниях представлен материал для внеаудиторной самостоятельной работы по дисциплине для обучающихся по специальности 08.02.11 «Управление, эксплуатация и обслуживание многоквартирного дома».

Составитель: Еристова А.А.

Рассмотрено на заседании методического объединения «Социально-гуманитарных и естественно-научных дисциплин, БЖД» протокол №7 от «24» мая 2023 г.

Рекомендовано к использованию в учебном процессе Методическим советом СМК, протокол №7 от «25» мая 2023 г.

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Актуальность изучения данной учебной дисциплины обусловлена формированием совокупности знаний, умений и навыков работы с математическими инструментами. В ходе изучения курса «Математика» систематически и последовательно формируются навыки умственного труда: планирование своей работы, поиск рациональных путей ее выполнения, критическая оценка результатов.

Цель освоения дисциплины ориентирована на достижение следующих целей:

формирование представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;

развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для изучения смежных естественнонаучных дисциплин на базовом уровне и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;

воспитание средствами математики культуры личности, понимания значимости математики для научно-технического прогресса, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей.

Основные задачи освоения дисциплины: помочь обучающимся осознать целостную картину изучаемого материала; облегчить усвоение материала, индивидуализировать обучение, совершенствовать контроль и самоконтроль, повысить результативность учебного процесса.

Целью самостоятельной работы является формирование и развитие профессиональных и общих компетенций и их элементов.

Целью методического пособия является обеспечение эффективности самостоятельной работы обучающихся, определение ее содержания, установление требований к оформлению и результатам самостоятельной работы.

Задачами методических рекомендаций по самостоятельной работе являются:

- развитие комплексного подхода к изучению дисциплины на основе освоения ее методологических основ применения ранее полученных знаний и умений с использованием междисциплинарных связей;

- активизация самостоятельной работы обучающихся;
- содействие развитию творческого отношения к данной дисциплине;
- выработка умений и навыков рациональной работы с литературой и нормативными документами;
- управление познавательной деятельностью обучающихся.

Функциями методических рекомендаций по самостоятельной работе являются:

- определение содержания работы обучающихся по овладению программным материалом;
- установление требований к результатам изучения дисциплины.

Сроки выполнения и виды отчётности самостоятельной работы определяются преподавателем и доводятся до сведения обучающихся.

Дисциплина «Математика» относится к естественнонаучным дисциплинам и имеет междисциплинарные связи с другими дисциплинами ОПОП.

Выпускники специальности 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений должны обладать следующими общими компетенциями:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;

ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях;

ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;

ОК 06. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения;

ОК 07. Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях;

ОК 09. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.

Планируемые **личностные результаты** в ходе реализации образовательной программы:

ЛР 3. Соблюдающий нормы правопорядка, следующий идеалам гражданского общества, обеспечения безопасности, прав и свобод граждан России. Лояльный к установкам и проявлениям представителей субкультур, отличающий их от групп с деструктивным и девиантным поведением. Демонстрирующий неприятие и предупреждающий социально опасное поведение окружающих.

ЛР 4. Проявляющий и демонстрирующий уважение к людям труда, осознающий ценность собственного труда. Стремящийся к формированию в сетевой среде личностно и профессионального конструктивного «цифрового следа».

ЛР 17. Способный выдвигать альтернативные варианты действий с целью выработки новых оптимальных алгоритмов; позиционирующий себя в сети как результативный и привлекательный участник трудовых отношений.

2. НСТРУКЦИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ДЛЯ РАБОТЫ С РЕКОМЕНДАЦИЯМИ

Уважаемый обучающийся!

Вы должны знать, что самостоятельная работа, как форма учебной деятельности, согласно требованиям ФГОС СПО, является важным элементом образовательного процесса. В соответствии с учебным планом по специальности 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений в процессе изучения учебной дисциплины «Математика» Вам необходимо более углубленно сформировать и совершенствовать знания, умения и навыки через выполнение заданий для внеаудиторной самостоятельной работы. Чтобы выполнить предусмотренные задания, Вам необходимо воспользоваться рекомендациями по выполнению и оформлению самостоятельной внеаудиторной работы по учебной дисциплине «Математика».

В соответствии с рабочей программой по дисциплине «Математика» объем часов, отводимый на самостоятельную работу составляет **10 часов.**

Обратите внимание, что все виды заданий для внеаудиторной самостоятельной работы указаны в **технологической карте внеаудиторной самостоятельной работы.**

Сроки проверки заданий преподаватель устанавливает в зависимости от применяемых видов контроля: текущий, рубежный, промежуточная аттестация. В основном контроль будет осуществляться на этапе рубежной аттестации, т. е. после изучения каждой темы учебной дисциплины.

3. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА ВНЕАУДИТОРНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ

Методические рекомендации по выполнению и оформлению самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Математика» включают в себя технологическую карту самостоятельной работы, отражающую в себе изучаемые разделы и темы дисциплины, тематику самостоятельной работы, количество часов, виды самостоятельной работы, ее информационное обеспечение и форму контроля. Она разработана таким образом, чтобы обучающиеся могли самостоятельно выполнять предложенные задания, а преподаватель будет только проверять выполненные задания.

Тенденция современного образования - самостоятельное приобретение знаний под руководством преподавателя. Технологическая карта самостоятельной работы поможет обучающимся организовать свою работу и мобилизовать себя на достижение поставленных задач. Из данной карты обучающиеся узнают наименования тем и тематику самостоятельной работы; ее виды как обязательные, так и по выбору обучающихся. Информационное обеспечение, обозначенное в карте, содержит в себе источники информации для самостоятельной работы. Предусмотренная форма контроля определяет функции преподавателя по проверке результатов самостоятельной работы и указывает на ее оформление. Самостоятельная работа рассчитана на разные уровни мыслительной деятельности. Выполненная работа, позволит приобрести не только знания, но и умения, навыки, а также выработать свою методику освоения содержания учебной дисциплины.

Самостоятельная работа выполняется обучающимися по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия, включает единицы содержания, выделенные преподавателем для самостоятельного изучения.

Технологическая карта самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Математика» специальность 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений.

Наименование и номер раздела	***Наименование темы***	***Кол-во часов***	***Виды самостоятельной работы***	***Информационное обеспечение***	***Форма контроля***
Раздел 1. Элементы линейной алгебры	Тема 1. Невырожденные матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы.	2	Задания к самостоятельной работе	Бардушкин, В. В. Математика. Элементы высшей математики: учебник: в 2 томах. / В. В. Бардушкин, А. А. Прокофьев. - Москва: КУРС: ИНФРА-М, 2021. (Среднее профессиональное образование). https://znanium.com/catalog/product/1235904 Григорьев В.П. Элементы высшей математики: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования /В.В. Григорьев, Ю.А. Дубинский, Т.Н. Сабурова. - 2-е изд., стер. - М.: ИЦ «Академия», 2018.	Проверка заданий
	Тема 2. Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера и методом Гаусса	2	Задания к самостоятельной работе	Бардушкин, В. В. Математика. Элементы высшей математики: учебник: в 2 томах. / В. В. Бардушкин, А. А. Прокофьев. - Москва: КУРС: ИНФРА-М, 2021. (Среднее профессиональное образование). https://znanium.com/catalog/product/1235904 Григорьев В.П. Элементы высшей математики: учебник для студ. учреждений	Проверка заданий

				сред. проф. образования /В.В. Григорьев, Ю.А. Дубинский, Т.Н. Сабурова. - 2-е изд., стер. - М.: ИЦ «Академия», 2018.	
Раздел 2. Элементы векторной алгебры	Тема 3 Составление уравнений прямых и кривых второго порядка, их построение	2	Задания к самостоятельной работе	Бардушкин, В. В. Математика. Элементы высшей математики: учебник: в 2 томах. / В. В. Бардушкин, А. А. Прокофьев. - Москва: КУРС: ИНФРА-М, 2021. (Среднее профессиональное образование). https://znanium.com/catalog/product/1235904 Григорьев В.П. Элементы высшей математики: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования /В.В. Григорьев, Ю.А. Дубинский, Т.Н. Сабурова. - 2-е изд., стер. - М.: ИЦ «Академия», 2018.	Проверка выполненных заданий
Раздел 3. Введение в анализ.	Тема 4. Полное исследование функции	2	Задания к самостоятельной работе	Бардушкин, В. В. Математика. Элементы высшей математики: учебник: в 2 томах. / В. В. Бардушкин, А. А. Прокофьев. - Москва: КУРС: ИНФРА-М, 2021. (Среднее профессиональное образование). https://znanium.com/catalog/product/1235904 Григорьев В.П. Элементы высшей математики: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования /В.В. Григорьев, Ю.А. Дубинский, Т.Н. Сабурова. - 2-е изд.,	Проверка выполненных заданий

				стер. - М.: ИЦ «Академия», 2018.	
Раздел 4. Неопределенный интеграл	Тема 5. Интегрирование заменой переменной и по частям в неопределенном интеграле	2	Задания к самостоятельной работе	Бардушкин, В. В. Математика. Элементы высшей математики: учебник: в 2 томах. / В. В. Бардушкин, А. А. Прокофьев. - Москва: КУРС: ИНФРА-М, 2021. (Среднее профессиональное образование). https://znanium.com/catalog/product/1235904 Григорьев В.П. Элементы высшей математики: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования /В.В. Григорьев, Ю.А. Дубинский, Т.Н. Сабурова. - 2-е изд., стер. - М.: ИЦ «Академия», 2018.	Проверка выполненных заданий
	Итого: 10 часов				

Самостоятельная работа № 1. Невырожденные матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы.

Задача 1.

Найти обратную матрицу для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

И проверить выполнение условий *A A*-1 = *A*-1*A* = *E*.

Указание

Убедитесь, что матрица *A* – невырожденная, и примените способ вычисления обратной матрицы.

<u>Решение</u>

Убедимся, что матрица *A* – невырожденная. Δ*A* = 1·4 - 2·(-1) ≠ 0, следовательно, *A*-1 существует.

Вычислим алгебраические дополнения к элементам *A*:

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot 4 = 4; \quad A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot (-1) = -1 \cdot (-1) = 1;$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot 2 = -1 \cdot 2 = -2; \quad A_{22} = (-1)^{2+2} \cdot 1 = 1.$$

Применим способ вычисления обратной матрицы:

$$A^{-1} = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}.$$

Не забудьте, что обратная матрица образована из алгебраических дополнений к элементам ***Транспонированной*** *матрицы!*

Найдем произведения *A A*-1 и *A*-1*A*:

$$AA^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}+\frac{1}{3} & \frac{1}{6}-\frac{1}{6} \\ \frac{4}{3}-\frac{4}{3} & \frac{2}{6}+\frac{4}{6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E;$$

$$A^{-1}A = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}+\frac{2}{6} & -\frac{2}{3}+\frac{4}{6} \\ -\frac{1}{3}+\frac{2}{6} & \frac{1}{3}+\frac{4}{6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E.$$

Таким образом, найденная матрица A-1 отвечает определению обратной матрицы.

Ответ: $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$.

Задача 2.

Найти обратную матрицу для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Указание

Убедитесь, что матрица A – невырожденная, и примените способ вычисления обратной матрицы.

<u>Решение</u>

$$\Delta_A = 1 \cdot 4 - 3 \cdot 2 = -2 \neq 0.$$

Следовательно, матрица A невырожденная, и обратная матрица существует.

Вычислим алгебраические дополнения к элементам матрицы A:

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot 4 = 4; \quad A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot 3 = -3;$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot 2 = -2; \quad A_{22} = (-1)^{2+2} \cdot 1 = 1.$$

Обратная матрица имеет вид:

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta_A} \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{12} & A_{22} \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Ответ: $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

Задача 3.

Найти обратную матрицу для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Указание

Убедитесь, что матрица A – невырожденная, и примените способ вычисления обратной матрицы.

Решение

Вычислим определитель матрицы A разложением по первому столбцу:

$$\Delta_A = 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0.$$

Следовательно, обратная матрица для матрицы A существует.

Найдем алгебраические дополнения к элементам матрицы A:

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \quad A_{21} = -\begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -3 \quad A_{31} = \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 11$$

$$A_{12} = -\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & -5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & -5 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -2$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

Значит,

$$A^{-1} = \frac{1}{1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 & 11 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 11 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ: $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 11 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача 4.

Найти обратную матрицу для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Указание

Убедитесь, что матрица A – невырожденная, и примените способ вычисления обратной матрицы.

Решение

$$\Delta_A = 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 + 1 \cdot 4 = 10 \neq 0.$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 3 \quad A_{21} = -\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -5 \quad A_{31} = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 4$$

$$A_{12} = -\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1 \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 5 \quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -2$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -1 \quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 5 \quad A_{33} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

$$A^{-1} = \frac{1}{10} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -5 & 4 \\ 1 & 5 & -2 \\ -1 & 5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}3 & -0{,}5 & 0{,}4 \\ 0{,}1 & 0{,}5 & -0{,}2 \\ -0{,}1 & 0{,}5 & 0{,}2 \end{pmatrix}.$$

Ответ: $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0{,}3 & -0{,}5 & 0{,}4 \\ 0{,}1 & 0{,}5 & -0{,}2 \\ -0{,}1 & 0{,}5 & 0{,}2 \end{pmatrix}$.

Задача 5.

При каких X, Y, Z матрица

$$B=\begin{pmatrix}1 & -4 & x\\ 1 & -5 & y\\ -1 & 6 & z\end{pmatrix}$$

Является обратной к матрице

$$A=\begin{pmatrix}2 & 2 & 3\\ 1 & -1 & 0\\ -1 & 2 & 1\end{pmatrix}?$$

Указание

Необходимым условием того, что *B* = *A*-1, является требование *AB* = *E*.

Решение

Проверим невырожденность матрицы *A*:

$$\Delta_A=3\cdot\begin{vmatrix}1 & -1\\ -1 & 2\end{vmatrix}+1\cdot\begin{vmatrix}2 & 2\\ 1 & -1\end{vmatrix}=3\cdot 1+1\cdot(-4)=-1\neq 0.$$

Необходимым условием того, что *B* = *A*-1, является требование *AB* = *E*.

Найдем *AB*:

$$AB=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2x+2y+3z\\ 0 & 1 & x-y\\ 0 & 0 & -x+2y+z\end{pmatrix}.$$

Для того, чтобы выполнялось условие *AB* = *E*, *X*, *Y*, *Z* должны быть решением системы уравнений

$$\begin{cases}2x+2y+3z=0\\ x-y=0\\ -x+2y+z=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=x\\ 4x+3z=0\\ x+z=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=x\\ z=-\dfrac{4}{3}x\\ x-\dfrac{4}{3}x=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-3\\ y=-3,\\ z=4\end{cases}$$

$$B=\begin{pmatrix}1 & -4 & -3\\ 1 & -5 & -3\\ -1 & 6 & 4\end{pmatrix}.$$

Проверим, будет ли равно единичной матрице произведение *BA*:

$$BA = \begin{pmatrix} 2-4+3 & 2+4-6 & 3-3 \\ 2-5+3 & 2+5-6 & 3-3 \\ -2+6-4 & -2-6+8 & -3+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E.$$

Значит, при найденных значениях *X*, *Y*, *Z* *B* = *A*-1.

Ответ: *X* = -3, *Y* = -3, *Z* = 4.

Самостоятельная работа №2. Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера и методом Гаусса.

Порядок выполнения работы:

1. Повторите теоретические положения по теме и записать определение, формулы расчета и т.п.

2. Выполните задание, согласно своего варианта. Исходные данные возьмите в приложении.

3. Сделайте выводы по результатам работы

Задание 1. Решение системы линейных уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ 3x + y - z = 2 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 10 \neq 0$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 5 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 5, \Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 0 & - \\ 2 & 5 & \\ 3 & 2 & - \end{vmatrix}$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}, y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{20}{10} = 2,$$

<u>**Проверка:**</u>

$$\begin{cases} \frac{1}{2} + 2 \cdot 2 - 3 \cdot \frac{3}{2} = 0 \\ 2 \cdot \frac{1}{2} - 2 + 4 \cdot \frac{3}{2} = 5 \\ 3 \cdot \frac{1}{2} + 2 - \frac{3}{2} = 2 \end{cases}$$

Ответ: x=0,5; y=2; z=1,5.

Задание 2. Решить методом Гаусса систему уравнений

$x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = -1;$

$3x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 2;$
$2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 9;$
$x_1 + 3x_2 - 3x_3 - x_4 = -1.$

Решение: Составим матрицу B и преобразуем ее. Для удобства вычислений отделим вертикальной чертой столбец, состоящий из свободных членов:

1 –2 1 1 –1
B = 3 2 –3 –4 2
2 –1 2 –3 9
1 3 –3 –1 –1

Умножим первую строку матрицы B последовательно на 3, 2 и 1 и вычтем соответственно из второй, третьей и четвертой строк. Получим матрицу, эквивалентную исходной:

1 –2 1 1 –1
0 8 –6 –7 5
0 3 0 –5 11
0 5 –4 –2 0

Третью строку матрицы умножим на 3 и вычтем ее из второй строки. Затем новую вторую строку умножим на 3 и на 5 и вычтем из третьей и четвертой строк. Получим матрицу, эквивалентную исходной:

1 –2 1 1 –1
0 –1 –6 8 –28
0 0 –1 0 –3
0 0 0 19 –19

Из коэффициентов последней матрицы составим систему, равносильную исходной:

$x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = -1;$
$-X_2 - 6x_3 + 8x_4 = -28;$
$-x_3 = -3;$
$19x_4 = -19.$

Решим полученную систему методом подстановки, двигаясь последовательно от последнего уравнения к первому. Из четвертого уравнения $x_4 = -1$, из третьего $x_3 = 3$. Подставив значения x_3 и x_4 во второе уравнение, найдем $x_2 = 2$. Подставив значения x_2, x_3, x_4 в первое уравнение, найдем $x_1 = 1$.

Задание 3. Решить систему уравнений методом обратной матрицы.

		$2x_1$	+	$3x_2$	=	
	$-2x_1$	+	x_2	=		

Решение:

Введем обозначения:

A =					- матрица A состоит из коэффициентов системы.
-2					

X =		x_1		- матрица X состоит из переменных, которые необходимо найти.
x_2				

B =				- матрица B состоит из столбца свободных членов.

E = - единичная матрица.

Теперь исходную систему уравнений можно записать в виде матричного уравнения.

A * X = B

Умножим (слева) левую и правую часть уравнения на A^{-1} - матрицу обратную матрице A.

$A^{-1} * A * X = A^{-1} * B$

Согласно определению обратной матрицы: $A^{-1} * A = E$

$E * X = A^{-1} * B$

Согласно определению единичной матрицы: E * X = X

$X = A^{-1} * B$

задача сводится к нахождению обратной матрицы A^{-1}

$X = A^{-1} * B = 1 / 8 *$ -3 *

$X = A^{-1} * B = 1 / 8 *$ -11

X =	$\left(\right.$	-11/8	$\left.\right)$
9/4			

Ответ:

x_1 = -11/8

x_2 = 9/4

Задание 4. Сложить и умножить комплексные числа $2+i$ и $3+4i$.

Решение. Для сложения чисел производим следующие вычисления:

$(2+i)+(3+4i)=(2+3)+i(1+4)=$

$=5+5i.$

Теперь умножаем:

$(2+i)\cdot(3+4i)=(2\cdot3-1\cdot4)+(2\cdot4+1\cdot3)i=$

$=2+11i.$

Ответ.5+5i, 2+11i

Самостоятельная работа № 3. Составление уравнений прямых и кривых второго порядка, их построение

<u>Задание 1:</u> Построить прямую $3x + 4y - 12 = 0$.

<u>Решение:</u> Найдем точки пересечения прямой с осями Ox и Oy.

Пусть $x = 0 \Rightarrow 4y = 12 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow B(0, 3)$.

Пусть $y = 0 \Rightarrow 3x - 12 = 0 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow A(4, 0)$.

Изобразим найденные точки на координатной плоскости и соединим их, таким образом, получим прямую заданную уравнением $3x + 4y - 12 = 0$ (рис. 1).

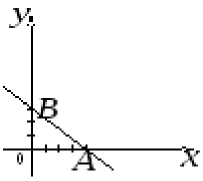


рис 1

<u>Задание 2:</u> Построить прямую $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$.

<u>Решение:</u> Перепишем уравнение в виде: $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} = 1$, то есть $a = 2$ и $b = -3$. Таким образом, получаем точки $A(2; 0)$ и $B(0; -3)$, прямая проходящая через точки A и B является искомой (рис. 2).

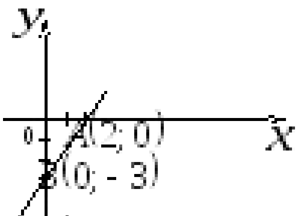


рис 2

<u>Задание 3:</u> Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку $M(2; 3)$.

<u>Решение:</u> Вектор $OM = (2; 3)$ коллинеарен искомой прямой. Для составления уравнения прямой используем каноническое уравнение прямой: $\frac{(x - x_0)}{m} = \frac{(y - y_0)}{n}$. Таким образом, подставив в данное уравнение $m = 2$, $n = 3$, $x = 0$, $y = 0$ получим искомое уравнение прямой проходящей через начало координат и точку $M(2; 3)$:

$$\frac{(x - 0)}{2} = \frac{(y - 0)}{3} \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \Leftrightarrow 3x - 2y = 0.$$

<u>Задание 4:</u> Составить уравнение прямой, проходящей через данную точку $M_0(3; -5)$ и перпендикулярной данному вектору $n = (4; 2)$.

<u>Решение:</u> Пусть $M(x; y)$ - произвольная точка искомой прямой. Вектор $M_0M = (x - 3; y + 5)$ перпендикулярен вектору $n = (4; 2)$. Так как векторы перпендикулярны, то их скалярное произведение равно нулю, то есть $n \cdot M_0M = 0$. Записав произведение этих векторов в координатной форме, получим:

$(4;2)\cdot(x-3;\,y+5)=0 \Leftrightarrow 4\cdot(x-3)+2\cdot(y+5)=0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 4x-12+2y+10=0 \Leftrightarrow 4x+2y-2=0 \Leftrightarrow 2x+y-1=0$. Уравнение искомой прямой имеет вид $2x+y-1=0$.

1. Проверить принадлежат ли точки $A(3;14)$, $B(4;13)$, $C(-3;0)$ и $D(0;7)$ прямой $7x-3y+21=0$.
2. Построить прямые:

1) $x=4$; 2) $x=-3$; 3) $y=2$;

4) $2x-5y+10=0$; 5) $4x+6y-3=0$; 6) $\frac{x}{2}+\frac{y}{6}=1$;

7) $\frac{x}{5}-\frac{y}{4}=1$; 8) $-\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$; 9) $-\frac{x}{6}-\frac{y}{3}=1$.

3. Построить фигуру, ограниченную линиями $x=-2$, $x=0$, $y=-3$ и $y=0$. Вычислить площадь этой фигуры.
4. Преобразуйте уравнения следующих прямых к уравнениям в отрезках на осях:

1) $3x-4y+2=0$; 2) $x+y-3=0$;

3) $2x+3y+1=0$; 4) $2x+3y-6=0$;

5) $3x-4y+12=0$.

5. Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку $M(x;\,y)$: 1) $M(-4;-1)$;

2) $M(5;-4)$.

6. Составить уравнение прямой, проходящей через данную точку M_0 и перпендикулярной данному вектору n:

1) $M_0(-2;-3)$; $n=(4;5)$;

2) $M_0(1;-1)$; $n=(-3;4)$.

7. Составить уравнение окружности, проходящей через точки:

1) $A(3;1)$, $B(-2;6)$, $C(-5;-3)$;

2) $A(2;8)$, $B(4;-6)$, $C(-12;-6)$;

3) $A(-2;-6)$, $B(-3;1)$, $C(4;2)$.

8. Составьте уравнение эллипса, если две его вершины находятся в точках A и B, а фокусы в точках F_1 и F_2:

1) $A(-5;0)$, $B(5;0)$, $F_1(-3;0)$, $F_2(3;0)$;

2) $A(0;-8)$, $B(0;8)$, $F_1(-5;0)$, $F_2(5;0)$;

3) $A(0;-4)$, $B(0;4)$, $F_1(0;-2)$, $F_2(0;2)$.

Самостоятельная работа № 4. Полное исследование функции.

Пример 1.

Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y=3x-x^3$ на отрезке $[0;\ 3]$.

Решение. Функция достигает наибольшего и наименьшего значения либо в критических точках, принадлежащих заданному отрезку, либо на концах этого отрезка. Найдем критические точки (т.е. точки в которых производная равна нулю или не существует):

$y'=3-3x^2=3(1-x^2)$

$y'=0$ при $x=1 \in [0;\ 3]$ и $x=-1 \notin [0;\ 3]$

Найдем значение функции в этих точках и на концах отрезка

$y(1)=2;\ \ y(0)=0;\ y(3)=-18$

Выберем из предложенных значений наибольшее и наименьшее.

Итак, наибольшее значение функции на заданном отрезке равно 2 и достигается при $x=1$, $y_{наиб}(1)=2$, а наименьшее значение равно -18 при $x=3$, $y_{наим}(3)=-18.$

Пример 2.

Исследовать функцию $y=\dfrac{(x+2)^3}{4(x-1)^2}$ и построить ее график.

Решение.

Общая схема исследования функций:

1. Найти область определения функции.
2. Исследовать поведение функции на концах области определения. Найти точки разрыва функции и ее односторонние пределы в этих точках. Найти вертикальные асимптоты.
3. Выяснить, является функция четной, нечетной, периодической.
4. Найти точки пересечения графика функции с осями координат и интервалы знакопостоянства функции.
5. Найти наклонные асимптоты графика функции.
6. Найти точки экстремума и интервалы возрастания и убывания функции.
7. Найти точки перегиба графика функции и интервалы его выпуклости и вогнутости.

Построить схематический график функции, используя все полученные результаты.

1. Функция не определена, если $x-1=0$, $(x=1)$

Область определения: $x \in (-\infty;\ 1) \cup (1;\ \infty)$

2. Т.к. $x=1$ - точка разрыва функции исследуем поведение функции в этой точке слева и справа

$$\lim_{x \to 1-0} \frac{(x+2)^3}{4(x-1)^2} = +\infty,$$

$$\lim_{x \to 1+0} \frac{(x+2)^3}{4(x-1)^2} = +\infty$$

Т.к. пределы равны ∞ значит $x=1$ точка разрыва второго рода.

Следовательно, прямая $x=1$ - вертикальная асимптота.

Проверим функцию на четность, нечетность. Напомним, что функция $y=f(x)$ называется четной (нечетной) если выполнены два условия:

Область определения симметрична относительно начала координат

$f(-x)=f(x)$ $(f(-x)=-f(x))$.

Если $y=f(x)$ четная, то график симметричен относительно оси ординат, а для нечетной – относительно начала координат.

$$f(-x) = \frac{(-x+2)^3}{4(-x-1)^2} = -\frac{(x-2)^3}{4(x+1)^2}$$

Функция не является ни четной, ни нечетной, т.е. общего вида.

Функция не является периодической

4. Найдем точки пересечения графика функции с осями координат

c OX: $y=0$ при $x=-2;$

c OY: $x=0$ при $y=2;$

Найдем промежутки знакопостоянства функции

$$y<0 \Rightarrow \frac{(x+2)^3}{4(x-1)^2} < 0 \Rightarrow x+2<0 \Rightarrow x \in (-\infty;\ -2);$$

$$y>0 \Rightarrow \frac{(x+2)^3}{4(x-1)^2} > 0 \Rightarrow x+2>0 \Rightarrow x \in (-2;\ 1) \cup (1;\ +\infty)$$

5. Найдем наклонные асимптоты $y=kx+b$, где

$$k = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} \qquad b = \lim_{x \to \pm\infty} [f(x)-kx]$$

$$k=\lim_{x\to+\infty}\frac{(x+2)^3}{4x(x-1)^2}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\frac{1}{4};$$

$$b=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{(x+2)^3}{4(x-1)^2}-\frac{1}{4}x\right]=[\infty-\infty]=\frac{1}{4}\lim_{x\to+\infty}\frac{(x+2)^3-x(x-1)^2}{(x-1)^2}=$$

¿ $$\frac{1}{4}\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3+6x^2+12x+8-x^3+2x^2-x}{(x-1)^2}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=2$$

$$y=\frac{1}{4}x+2-\text{наклонная}\quad\text{асимптота}.$$

Для $x\to-\infty$ k и b вычисляются аналогично

6. Найдем точки экстремума функции и промежутки монотонности.

Возрастание и убывание функции $y=f(x)$ характеризуется знаком ее производной y': если в некотором интервале $y'>0$, то в этом интервале функция возрастает, а если $y'<0$, то функция убывает в этом интервале.

Функция $y=f(x)$ может иметь экстремум только в тех точках, которые принадлежат области определения и в которых ее производная равна нулю или не существует. Если y' меняет знак с “+” на “-” при переходе через исследуемую точку, то эта точка максимума, если y' меняет знак с “-” на “+” при переходе через исследуемую точку, то эта точка является точкой минимума. Если y' не меняет знак при переходе через точку x_0, в этой точке экстремума нет.

Найдем все точки из области определения функции $y=f(x)$, в которых производная (y') обращается в ноль или не существует.

$$y'=\frac{3(x+2)^2(x-1)^2-2(x-1)(x+2)^3}{4(x-1)^4}=\frac{(x+2)^2(x-7)}{4(x-1)^3}.$$

$$y'=0 \text{ при } x_1=-2,\ x_2=7;$$

$$y' \text{ не существует при } x=1$$

Составим таблицу

x	$(-\infty;-2)$	-2	$(-2;1)$	1	$(1;7)$	7	$(7;+\infty)$
y'	+	0	+	не	-	0	+

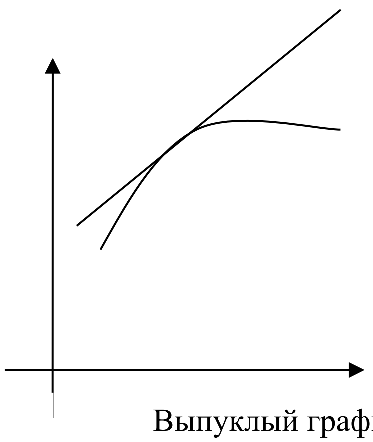
				существует			
y	↗	0	↗	не существует	↘	¿$(7;+\infty)$5	↗
	возрастает		возрастает		убывает	min	возрастает

Функция возрастает на интервалах $(-\infty;-2)$, $(-2;1)$, $(7;+\infty)$ и убывает на интервале $(1;7)$.

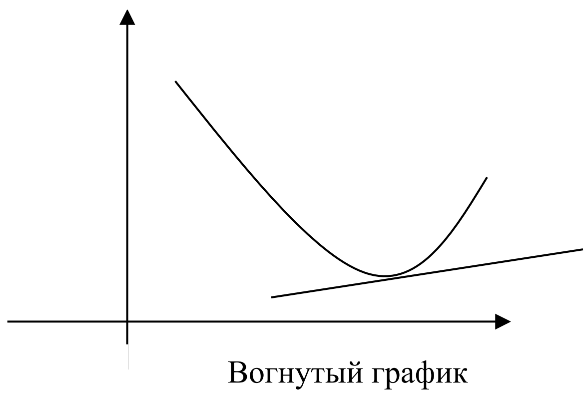
Точка $x=7$ есть точка минимума $y_{\min}=y(7)=\frac{729}{144}$

7. Найдем точки перегиба и промежутки выпуклости и вогнутости функции

Напомним, что график функции $y=f(x)$ называется выпуклым на интервале $(a;b)$, если в каждой точке этого интервала график лежит ниже любой своей касательной. График функции $y=f(x)$ называется вогнутым на интервале $(a;b)$, если в каждой точке этого интервала график лежит выше любой своей касательной.



Выпуклый график



Вогнутый график

Точки, в которых функция меняет выпуклость на вогнутость или наоборот, называются точками перегиба.

Перегиб возможен в точках, в которых y'' равна нулю или не существует. Если $y''<0$ на интервале $(a;b)$, то график функции является выпуклым $(\cap)$ на этом интервале, если же $y''>0$, то на интервале $(a;b)$ график вогнутый $(\cup)$.

Найдем точки перегиба $y=f(x)$:

$$y'' = \frac{\left[2(x+2)(x-7)+(x+2)^2\right](x-1)^3 - 3(x-1)^2(x+2)^2(x-7)}{4(x-1)^6} = \frac{54(x+2)}{4(x-1)^4} = \frac{27(x+2)}{2(x-1)^4}$$

$y''=0$ при $x=-2$

y'' не существует при $x=1$

Составим таблицу

x	$(-\infty;-2)$	-2	$(-2;\ 1)$	1	$(1;\ +\infty)$
¿$(7;+\infty)$5	-	0	+	не существует	+
y	¿	0	¿	не существует	¿

Точка $(-2;\ 0)$ - точка перегиба.

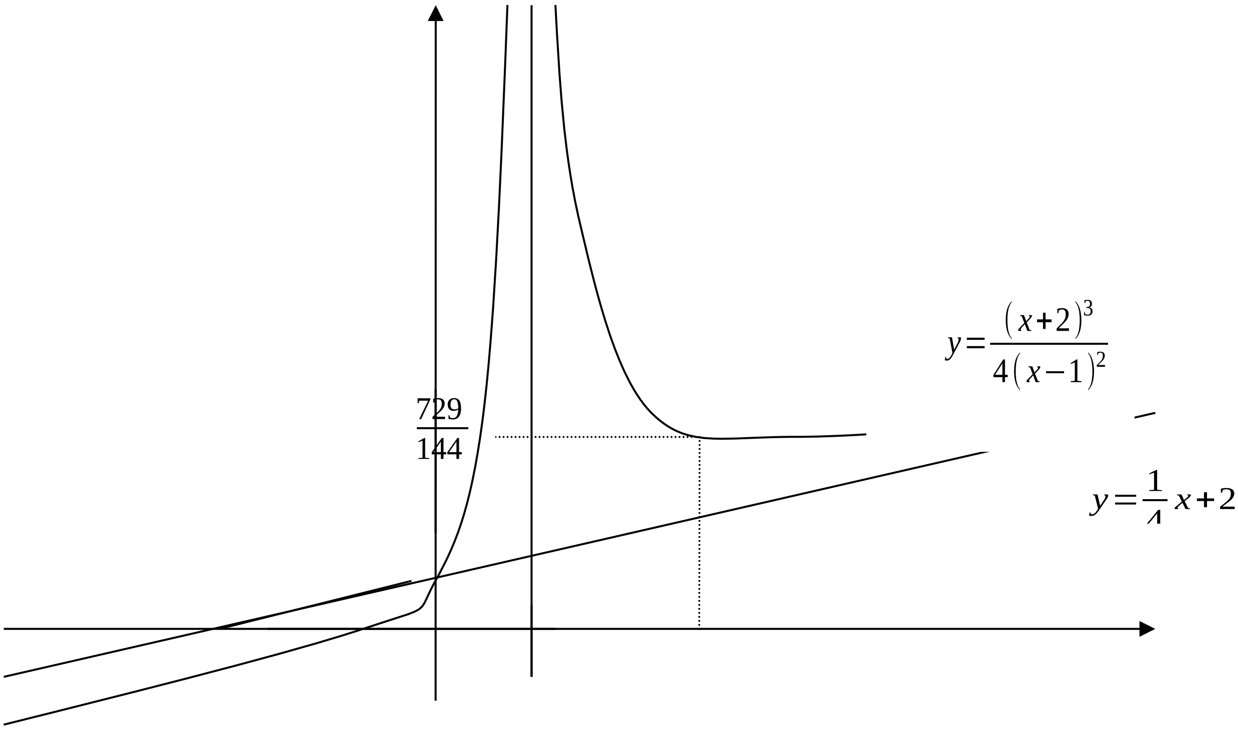
Дополнительные точки:

$y(-3)\approx -0,01$

$y(3)\approx 7,8$

$y(-6)\approx -0,3$

8. Построим график функции, используя результаты исследования.



Замечание:

При построении графика масштабы по оси OX и OY могут не совпадать.

Задание для самостоятельной работы:

Вариант 1

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке:

$y=\frac{x+6}{x^2+13}$; $[-5;5]$

2. Исследовать функцию и построить ее график:

$$y=\frac{x}{(x-1)^2}$$

Вариант 2

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке: $y=\frac{x}{2}+\cos x$; $[0;\pi]$

2. Исследовать функцию и построить ее график:

$$y=\frac{x^3+16}{x}$$

Вариант 3

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке: $y=\frac{x-3}{x^2+16};\ [-5;10]$

2. Исследовать функцию и построить ее график:

$$y=\frac{x^3-1}{4x^2}$$

Самостоятельная работа № 5. Интегрирование заменой переменной и по частям в неопределенном интеграле

Первообразная функция.

<u>Определение:</u> Функция F(x) называется **первообразной функцией** функции f(x) на отрезке [a, b], если в любой точке этого отрезка верно равенство:

$$F'(x) = f(x).$$

Надо отметить, что первообразных для одной и той же функции может быть бесконечно много. Они будут отличаться друг от друга на некоторое постоянное число.

$$F_1(x) = F_2(x) + C.$$

Неопределенный интеграл.

<u>Определение:</u> Неопределенным интегралом функции f(x) называется совокупность первообразных функций, которые определены соотношением:

$$F(x) + C.$$

Записывают: $\int f(x)dx = F(x) + C;$

Условием существования неопределенного интеграла на некотором отрезке является непрерывность функции на этом отрезке.

<u>Свойства:</u>

1. $\left(\int f(x)dx\right)' = \left(F(x)+C\right)' = f(x);$
2. $d\left(\int f(x)dx\right) = f(x)dx;$
3. $\int dF(x) = F(x) + C;$
4. $\int (u+v-w)dx = \int udx + \int vdx - \int wdx;$ где u, v, w – некоторые функции от x.
1. $\int C\cdot f(x)dx = C\cdot\int f(x)dx;$

<u>Пример:</u> $\int (x^2 - 2\sin x + 1)dx = \int x^2dx - 2\int \sin xdx + \int dx = \frac{1}{3}x^3 + 2\cos x + x + C;$

Нахождение значения неопределенного интеграла связано главным образом с нахождением первообразной функции. Для некоторых функций это достаточно сложная задача. Ниже будут рассмотрены способы нахождения неопределенных интегралов для основных классов функций – рациональных, иррациональных, тригонометрических, показательных и др.

Для удобства значения неопределенных интегралов большинства элементарных функций собраны в специальные таблицы интегралов, которые бывают иногда весьма объемными. В них включены различные наиболее часто встречающиеся комбинации функций. Но большинство представленных в этих таблицах формул являются следствиями друг друга, поэтому ниже приведем таблицу основных интегралов, с помощью которой можно получить значения неопределенных интегралов различных функций.

Таблица основных интегралов

1 $\int dx = x + C;$

2 $\int x^k dx = \frac{x^{k+1}}{k+1} + C, \quad k \neq -1;$

3 $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C;$

4 $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C;$

4a $\int e^x dx = e^x + C;$

5 $\int \sin x \; dx = -\cos x + C;$

6 $\int \cos x \; dx = \sin x + C;$

7 $\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C;$

8 $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{a} + C;$

9 $\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2a} \ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C;$

10 $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx = \ln\left|\sqrt{x^2 \pm a^2} + x\right| + C;$

11 $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C;$

12 $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C;$

Рассмотрим три основных метода интегрирования:

<u>Непосредственное интегрирование.</u>

Метод непосредственного интегрирования основан на предположении о возможном значении первообразной функции с дальнейшей проверкой этого значения дифференцированием. Вообще, заметим, что дифференцирование является мощным инструментом проверки результатов интегрирования.

Рассмотрим применение этого метода на примере:

Требуется найти значение интеграла $\int \frac{dx}{x}$. На основе известной формулы дифференцирования $(\ln x)'=\frac{1}{x}$ можно сделать вывод, что искомый интеграл равен $\ln x+C$, где С – некоторое постоянное число. Однако, с другой стороны $(\ln(-x))'=-\frac{1}{x}\cdot(-1)=\frac{1}{x}$. Таким образом, окончательно можно сделать вывод:

$$\int \frac{dx}{x}=\ln|x|+C$$

Заметим, что в отличие от дифференцирования, где для нахождения производной использовались четкие приемы и методы, правила нахождения производной, наконец определение производной, для интегрирования такие методы недоступны. Если при нахождении производной мы пользовались, так сказать, конструктивными методами, которые, базируясь на определенных правилах, приводили к результату, то при нахождении первообразной приходится в основном опираться на знания таблиц производных и первообразных.

Что касается метода непосредственного интегрирования, то он применим только для некоторых весьма ограниченных классов функций. Функций, для которых можно с ходу найти первообразную очень мало. Поэтому в большинстве случаев применяются способы, описанные ниже.

Пример решения:

а) Найдем интеграл, применив свойства неопределенного интеграла и формулы (**1**) и (**2**) табличного интегрирования:

$$\int\left(x^5+\frac{4}{x^3}-\sqrt[3]{x^2}-7\right)dx=\int\left(x^5+4\cdot x^{-3}-x^{\frac{2}{3}}-7\right)dx=\int x^5\,dx+4\int x^{-3}dx-\int x^{\frac{2}{3}}dx-7\int dx=$$

$$=\frac{x^{5+1}}{5+1}+4\cdot\frac{x^{-3+1}}{-3+1}-\frac{x^{\frac{2}{3}+1}}{\frac{2}{3}+1}-7x+C=\frac{x^6}{6}+4\cdot\frac{x^{-2}}{-2}-\frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}}-7x+C=\frac{x^6}{6}-\frac{2}{x^2}-\frac{3\sqrt[3]{x^2}}{5}-7x+C;$$

Задания для самостоятельного решения:

а) $\int\left(x^5+\frac{4}{x^3}-\sqrt[3]{x^2}-7\right)dx;$ б) $\int\frac{dx}{\sqrt[4]{(1+2x)^3}};$ в) $\int\frac{x^4}{\sin^2 x^5}dx;$

г) $\int 3^{2-7x}dx;$ д) $\int\frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2}dx;$ е) $\int e^x\cdot\sin e^x\,dx;$

ж) $\int \frac{x}{\sqrt{4-x^4}}dx$;

з) $\int \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x}-7}}dx$;

и) $\int \frac{\sin 5x}{4-\cos^2 5x}dx$;

к) $\int x \cdot \operatorname{tg} x^2 dx$;

л) $\int \frac{3^x}{9^x+4}dx$;

м) $\int x^2 \cdot \cos x \; dx$;

4. ПОРЯДОК ОФОРМЛЕНИЯ ВИДОВ И ФОРМ ОТЧЕТНОСТИ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ОБУЧАЮЩИХСЯ.

1.Методические рекомендации по подготовке сообщения

Сообщение – это сокращенная запись информации, в которой должны быть отражены основные положения текста, сопровождающиеся аргументами, 1–2 самыми яркими и в то же время краткими примерами.

Сообщение составляется по нескольким источникам, связанным между собой одной темой. Вначале изучается тот источник, в котором данная тема изложена наиболее полно и на современном уровне научных и практических достижений. Записанное сообщение дополняется материалом других источников.

Этапы подготовки сообщения:

1. Прочитайте текст.
2. Составьте его развернутый план.
3. Подумайте, какие части можно сократить так, чтобы содержание было понято правильно и, главное, не исчезло.
4. Объедините близкие по смыслу части.
5. В каждой части выделите главное и второстепенное, которое может быть сокращено при конспектировании.
6. При записи старайтесь сложные предложения заменить простыми.

Тематическое и смысловое единство сообщения выражается в том, что все его компоненты связаны с темой первоисточника.

Сообщение должно содержать информацию на 3-5 мин.

2. Методические рекомендации по оформлению реферата

Реферат - краткое изложение в письменном виде или в форме публичного доклада содержания научного труда или трудов, обзор литературы по теме. Это самостоятельная научно-исследовательская работа студента, в которой раскрывается суть исследуемой проблемы. Изложение материала носит проблемно-тематический характер, показываются различные точки зрения, а также собственные взгляды на проблему.

Содержание реферата должно быть логичным. Объём реферата, как правило, от 5 до 15 машинописных страниц. Темы реферата разрабатывает преподаватель, ведущий данную дисциплину. Перед началом работы над рефератом следует наметить план и подобрать литературу. Прежде всего, следует пользоваться литературой, рекомендованной учебной программой, а затем расширить список источников, включая и использование специальных журналов, где имеется новейшая научная информация.

Структура реферата:

- Титульный лист.
- Оглавление.
- Введение.
- Основная часть (состоит из глав и подглав, которые раскрывают отдельную проблему или одну из её сторон и логически являются продолжением друг друга).
- Заключение (подводятся итоги и даются обобщённые основные выводы по теме реферата, делаются рекомендации).
- Список литературы.

В списке литературы должно быть не менее 2-5 различных источников.

Допускается включение таблиц, графиков, схем, как в основном тексте, так и в качестве приложений.

3. Методические рекомендации по составлению презентаций

Требования к презентации

На первом слайде размещается:

название презентации;

автор: ФИО, группа, название учебного учреждения (соавторы указываются в алфавитном порядке);

год.

На втором слайде указывается содержание работы, которое лучше оформить в виде гиперссылок (для интерактивности презентации).

На последнем слайде указывается список используемой литературы в соответствии с требованиями, интернет-ресурсы указываются в последнюю очередь.

Оформление слайдов	
Стиль	- необходимо соблюдать единый стиль оформления; - нужно избегать стилей, которые будут отвлекать от самой презентации; - вспомогательная информация (управляющие кнопки) не должны преобладать над основной информацией (текст, рисунки)
Фон	- для фона выбираются более холодные тона (синий или зеленый)
Использование цвета	- на одном слайде рекомендуется использовать не более трех цветов: один для фона, один для заголовков, один для текста; - для фона и текста используются контрастные цвета; - особое внимание следует обратить на цвет гиперссылок (до и после использования)
Анимационные эффекты	- нужно использовать возможности компьютерной анимации для представления информации на слайде; - не стоит злоупотреблять различными анимационными эффектами; анимационные эффекты не должны отвлекать внимание от содержания информации на слайде
Представление информации	
Содержание информации	- следует использовать короткие слова и предложения; - времена глаголов должно быть везде одинаковым; - следует использовать минимум предлогов, наречий, прилагательных; - заголовки должны привлекать внимание аудитории
Расположение информации на странице	- предпочтительно горизонтальное расположение информации; - наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана; - если на слайде располагается картинка, надпись должна располагаться под ней
Шрифты	- для заголовков не менее 24; - для остальной информации не менее 18; - шрифты без засечек легче читать с большого расстояния; - нельзя смешивать разные типы шрифтов в одной презентации; - для выделения информации следует использовать жирный шрифт, курсив или подчеркивание того же типа; - нельзя злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже,

	чем строчные).
Способы выделения информации	Следует использовать: - рамки, границы, заливку - разные цвета шрифтов, штриховку, стрелки - рисунки, диаграммы, схемы для иллюстрации наиболее важных фактов
Объем информации	- не стоит заполнять один слайд слишком большим объемом информации: люди могут единовременно запомнить не более трех фактов, выводов, определений. - наибольшая эффективность достигается тогда, когда ключевые пункты отражаются по одному на каждом отдельном слайде.
Виды слайдов	Для обеспечения разнообразия следует использовать разные виды слайдов: с текстом, с таблицами, с диаграммами.

4. Методические рекомендации для обучающихся при решении задач

В процессе изучения математики наряду с некоторыми теоретическими сведениями обучающиеся овладевают и закрепляют способы решения задач. Обычно с такими способами знакомит сам преподаватель, показывая решение задач по темам. Наиболее эффективным при этом является такой подход, при котором преподаватель раскрывает перед обучающимися технологию решения задачи, показывает, чем мотивировано применение некоторого метода решения, чем обусловлен выбор того или иного пути.

Работа над задачей тоже может быть полностью самостоятельной работой обучающихся. Она преследует несколько целей:

- продолжить формирование умений самостоятельно изучать текст, который в данном случае представляет собой задачу;
- обучить рассуждениям;
- обучить оформлению решения задач. К тому же обучающиеся будут знать, что у них имеется образец рассуждений и оформления задачи, к которому они могут обратиться при решении другой задачи или при проверке правильности своего решения.

Непременным условием усвоения новых теоретических сведений и овладения новыми приемами решения задач является выполнение обучающимися тренировочных упражнений, в ходе которого приобретенные знания становятся полным достоянием обучающихся. Как известно, существуют две формы организации такой тренировочной работы – фронтальная работа и самостоятельная работа. Фронтальная работа на уроках математики – это традиционная, давно сложившаяся форма. Схематически ее можно описать так: один из обучающихся выполняет задание на доске, остальные выполняют это же задание в тетрадях. Самостоятельная работа обучающихся на уроке состоит в выполнении без помощи преподавателя и товарищей задания.

Большие возможности для подготовки обучающихся к творческому труду и самостоятельному пополнению знаний имеет самостоятельное выполнение заданий. В этом случае обучающийся без какой-либо помощи должен наметить пути решения, правильно выполнить все построения, преобразования, вычисления и т. п. В таком случае мысль обучающегося работает наиболее интенсивно. Он приобретает практический навык работы в ситуации, с которой ему неоднократно придется сталкиваться в последующей трудовой деятельности. Вместе с тем самостоятельная работа обучающихся на уроках математики имеет и свои недостатки. Усилия обучающихся могут оказаться напрасными и не привести к результату, если он недостаточно подготовлен к решению поставленной задачи. Обучающийся не слышит комментариев к решению, а рассуждения, которые он проводит мысленно, могут быть не всегда правильными и достаточно полными, причем возможности обнаружить это обучающийся не имеет. Вообще при самостоятельном выполнении заданий мыслительные процессы не могут быть проконтролированы преподавателем. Поэтому даже верный ответ может оказаться случайным. Исправление ошибок, допущенных при самостоятельной работе, происходит в ходе ее проверки по окончании всей работы. Поэтому, выполняя упражнение самостоятельно, обучающийся, не усвоивший материал, может повторять одну и ту же ошибку от примера к примеру и невольно закрепить неправильный алгоритм.

Самостоятельная работа над учебным материалом состоит из следующих элементов:

1. Изучение материала по учебнику.
2. Выполнение внеаудиторной самостоятельной работы (ВСР).

При выполнении (ВСР) обучающийся может обращаться к преподавателю для получения консультации.