ЧАСТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СТАВРОПОЛЬСКИЙ МНОГОПРОФИЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к практическим занятиям

по общеобразовательной учебной дисциплине

Математика

для обучающихся по специальности

40.02.02 Правоохранительная деятельность

Ставрополь.2022

Методические указания составлены в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования и программой дисциплины «Математика» на основе примерной программы общеобразовательной учебной дисциплины «Математика» для профессиональных образовательных организаций, одобренной Научно-методическим советом Центра профессионального образования ФГАУ «ФИРО» и рекомендованной для реализации основной профессиональной образовательной программы СПО на базе основного общего образования с получением среднего общего при подготовке квалифицированных рабочих, служащих и специалистов среднего звена.

В методических указаниях представлен материал для проведения практических занятий по дисциплине с обучающимися по специальности 43.02.12 Технология эстетических услуг.

Актуальность изучения данной учебной дисциплины обусловлена формированием совокупности знаний, умений и навыков работы с математическими инструментами. В ходе изучения курса «Математика» систематически и последовательно формируются навыки умственного труда: планирование своей работы, поиск рациональных путей ее выполнения, критическая оценка результатов.

Цель освоения дисциплины ориентирована на достижение следующих целей:

- формирование представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;
- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для изучения смежных естественнонаучных дисциплин на базовом уровне и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- воспитание средствами математики культуры личности, понимания значимости математики для научно-технического прогресса, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей.

Основные задачи освоения дисциплины: помочь обучающимся осознать целостную картину изучаемого материала; облегчить усвоение материала, индивидуализировать обучение, совершенствовать контроль и самоконтроль, повысить результативность учебного процесса.

Освоение содержания учебной дисциплины обеспечивает на каждом практическом занятии достижение обучающимися следующих результатов:

личностных:

− сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

− понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;

−развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

−овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;

−готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

− готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;

− готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;

− отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

метапредметных:

− умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

− умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

− владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

−готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

−владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

− владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

−целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

предметных:

−сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;

−сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

−владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

−владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

− сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

−владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

-сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

-владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

Планируемые **личностные результаты** в ходе
реализации образовательной программы:

ЛР 1. Осознающий себя гражданином и защитником великой страны

ЛР 3. Соблюдающий нормы правопорядка, следующий идеалам гражданского общества, обеспечения безопасности, прав и свобод граждан России. Лояльный к установкам и проявлениям представителей субкультур, отличающий их от групп с деструктивным и девиантным поведением. Демонстрирующий неприятие и предупреждающий социально опасное поведение окружающих.

ЛР 13. Демонстрирующий готовность и способность вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения в профессиональной деятельности.

ЛР 14. Проявляющий сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности.

Рассмотрено на заседании методического объединения общеобразовательного цикла, протокол №5 от «25» мая 2022 г.

Рекомендовано к использованию в учебном процессе Методическим советом СМК, протокол №5 от «26 » мая 2022 г.

Составитель: Литовченко С.А.

Содержание

Практическое занятие № 1.Арифметические действия над числами, нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной), сравнение числовых выражений.	9
Практическое занятие №2. Примеры зависимостей между переменными в реальных процессах из смежных дисциплин. Определение функций. Построение и чтение графиков функций. Исследование функции. Свойства линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно-линейной функций. Непрерывные и периодические функции. Обратные функции и их графики. Преобразования графика функции. Гармонические колебания.	14
Практическое занятие № 3 Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой.	14
Практическое занятие № 4. Основные тригонометрические тождества	15
Практическое занятие №5 Формулы сложения, удвоения.	15
Практическое занятие № 6 Формулы преобразование суммы тригонометрических функций в произведение, преобразование произведения тригонометрических функций в сумму.	16
Практическое занятие № 7 Тригонометрические функции числового аргумента ч1	16
Практическое занятие № 8 Тригонометрические функции числового аргумента ч2	17
Практическое занятие № 9 Обратные тригонометрические функции: арксинус, арккосинус, арктангенс.	17
Практическое занятие № 10 Простейшие тригонометрические уравнения ч.1	18
Практическое занятие № 11 Простейшие тригонометрические уравнения ч.2	18
Практическое занятие № 12 Решение тригонометрических уравнений ч.1	19
Практическое занятие № 13 Решение тригонометрических уравнений ч.2	19
Практическое занятие № 14 Решение систем тригонометрических уравнений	20
Практическое занятие № 15 Простейшие тригонометрические неравенства	20
Практическое занятие № 16 Решение тригонометрических неравенств	20
Практическое занятие № 17 Числовая последовательность, способы ее задания, вычисления членов последовательности. Предел последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.	21
Практическое занятие № 18 Правила и формулы дифференцирования, таблица производных элементарных функций.	23
Практическое занятие № 19 Производные тригонометрических функций	23
Практическое занятие № 20 Производная: механический и геометрический смысл производной.	24
Практическое занятие № 21 Уравнение касательной в общем виде.	24
Практическое занятие № 22 Исследование функции с помощью производной.	25
Практическое занятие № 23 Исследование и построение графиков функций с помощью производной ч.1	25
Практическое занятие № 24 Исследование и построение графиков функций с помощью производной ч.2	26
Практическое занятие № 25 Нахождение экстремальных значений функции.	26
Практическое занятие № 26 Нахождение наибольшего, наименьшего значения функции.	27
Практическое занятие № 27 Первообразная.	27
Практическое занятие № 28 Первообразная. Правила нахождения	28
Практическое занятие № 29 Интеграл. Теорема Ньютона-Лейбница. Применение интеграла к вычислению физических величин и площадей.	28
Практическое занятие № 30 Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов	29

с радикалами. Корень n-й степени и его свойства	
Практическое занятие 31.Корни уравнений. Равносильность уравнений. Преобразование уравнений. Основные приемы решения уравнений. Решение систем уравнений. Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств	29
Практическое занятие № 32 Решение иррациональных уравнений	35
Практическое занятие № 33 Иррациональные уравнения	36
Практическое занятие № 34 Нахождение значений степеней с рациональными показателями. Сравнение степеней. Преобразования выражений, содержащих степени.	36
Практическое занятие № 35 Показательная функция	37
Практическое занятие № 36 Решение показательных уравнений.	37
Практическое занятие № 37 Показательные уравнения и их системы	38
Практическое занятие № 38 Показательные неравенства.	38
Практическое занятие № 39 Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Переход от одного основания к другому. Вычисление и сравнение логарифмов. Логарифмирование и потенцирование выражений. Приближенные вычисления и решения прикладных задач.	39
Практическое занятие № 40 Решение логарифмических уравнений.	39
Практическое занятие № 41 Логарифмические уравнения и их системы	40
Практическое занятие № 42 Логарифмические неравенства	40
Практическое занятие № 43 Производная и интеграл показательной и логарифмической функций	40
Практическое занятие № 44 Степенная функция	41
Практическое занятие № 45 История развития комбинаторики, теории вероятностей и статистики и их роль в различных сферах человеческой жизнедеятельности. Правила комбинаторики. Решение комбинаторных задач. Размещения, сочетания и перестановки. Бином Ньютона и треугольник Паскаля.	41
Практическое занятие № 46 Классическое определение вероятности. Вычисление вероятностей. Прикладные задачи	46
Практическое занятие № 47 Свойства вероятностей, теорема о сумме вероятностей. Представление числовых данных. Прикладные задачи	47
Практическое занятие № 48 Основные теоремы теории вероятностей	48
Практическое занятие № 49 Аксиомы стереометрии	49
Практическое занятие № 50 Параллельность прямых в пространстве	50
Практическое занятие № 51 Признаки взаимного расположения прямых. Угол между прямыми. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Теоремы о взаимном расположении прямой и плоскости.	50
Практическое занятие № 52 Перпендикулярность прямых в пространстве	51
Практическое занятие № 53Теорема о трех перпендикулярах. Признаки и свойства параллельных и перпендикулярных плоскостей. Расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости, расстояние между плоскостями, между скрещивающимися прямыми, между произвольными фигурами в пространстве.	51
Практическое занятие № 54 Параллельное проектирование и его свойства. Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника. Взаимное расположение пространственных фигур	52
Практическое занятие № 55 Декартовы координаты в пространстве	52
Практическое занятие № 56 Декартова система координат в пространстве. Уравнение окружности, сферы, плоскости. Расстояние между точками.	52
Практическое занятие № 57 Векторы. Действия с векторами. Действия с векторами,	53

заданными координатами. Скалярное произведение векторов. Векторное уравнение прямой и плоскости. Использование векторов при доказательстве теорем стереометрии.	
Практическое занятие № 58 Различные виды многогранников. Их изображения. Сечения, развертки многогранников. Виды симметрий в пространстве. Симметрия тел вращения и многогранников.	53
Практическое занятие № 59-60 Призма	54
Практическое занятие № 61 Параллелепипед	54
Практическое занятие № 62-63 Пирамида	55
Практическое занятие № 64-65 Цилиндр	55
Практическое занятие № 66-67 Конус	56
Практическое занятие № 68-69 Шар	56
Практическое занятие № 70 Объём параллелепипеда	57
Практическое занятие № 71 Объём призмы	57
Практическое занятие № 72 Объём пирамиды	57
Практическое занятие № 73 Объём цилиндра	58
Практическое занятие № 74 Объём конуса	58
Практическое занятие № 75 Объём шара	59
Практическое занятие № 76-77 Площадь боковой поверхности тел вращения	59
Список рекомендуемой литературы	60

Практическое занятие 1

Арифметические действия над числами, нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений, сравнение числовых выражений

Теоретическая часть

Умение выполнять алгебраические преобразования является важнейшим элементом математической подготовки. В экзаменационных заданиях и тестах всегда присутствуют задачи на упрощения, преобразования и вычисления.

Преобразования алгебраических выражений строятся на использовании формул сокращенного умножения:

1. $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ - *квадрат* $\frac{\text{суммы}}{\text{разности}}$;
2. $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ - *куб* $\frac{\text{суммы}}{\text{разности}}$;
3. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ – *разность квадратов;*
4. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ - *разность кубов;*
5. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ - *сумма кубов;*

правил действия со степенями ($a > 0$, $b > 0$, x *и* y *– действительные числа)*:

1. $a^{x+y} = a^x a^y$;
2. $a^{x-y} = a^x/a^y$;
3. $a^{xy} = (a^x)^y = (a^y)^x$;
4. $a^{-x} = 1/a^x$;
5. $(ab)^x = a^x b^x$;
6. $(a/b)^x = a^x/b^x$;
7. $a^1 = a$;
8. $a^o = 1$;

и свойств арифметических корней ($a \geq 0$, $b \geq 0$, k, m, n *– натуральные числа)*:

1. $a^{\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{a^k}$;
2. $\sqrt[m]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$;
3. $(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$;
4. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$;
5. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$;
6. $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}}$;
7. $\sqrt{a^2} = |a|$;
8. $\sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|$.

Кроме того, следует помнить о существовании в математике множеств натуральных, целых, рациональных и иррациональных чисел, которые образуют множество действительных чисел.

N – натуральные числа. Множество натуральных чисел состоит из единицы, простых и составных чисел. Натуральное число, большее единицы, называется простым, если оно не имеет делителей, кроме единицы и самого себя. Если же число имеет хотя бы один делитель, отличный от единицы и самого себя, то оно называется составным.

Наибольшим общим делителем (НОД) нескольких натуральных чисел называют наибольшее натуральное число, на которое делится каждое из данных чисел. Для отыскания НОД нескольких натуральных чисел необходимо разложить их на простые множители, а затем составить произведение всех простых множителей, общих для данных чисел.

Наименьшим общим кратным (НОК) нескольких натуральных чисел называют наименьшее натуральное число, которое делится на каждое из данных чисел. Для отыскания НОК нескольких натуральных чисел необходимо разложить их на простые множители, выписать все множители одного из чисел, дописать все недостающие множители из других чисел и все их перемножить.

Z – целые числа. Если к натуральным числам добавить им противоположные по знаку и ноль, то получится множество целых чисел.

Q – рациональные числа. Если к целым числам добавить дроби, то получится множество рациональных чисел. Рациональные числа представимы в виде дроби, где p – целое число, а q – натуральное число. Рациональные числа – это числа, которые можно представить в виде бесконечных периодических дробей.

Если период начинается сразу после запятой, то такая дробь называется чистой периодической дробью. Например, 3,(06). Если же период начинается не сразу после запятой, то дробь называется смешанной периодической. Например, 0,3(1).

Каждую периодическую дробь можно представить в виде обыкновенной дроби. В случае чистой периодической дроби к целой части прибавить обыкновенную дробь, в числителе которой записывают период, а в знаменателе – цифру 9 столько раз, сколько цифр в периоде.

Например: $3,(06) = 3 + \frac{6}{99} = 3 + \frac{2}{33} = 3\frac{2}{33}$.

В случае смешанной периодической дроби предварительно переносят за-пятую к началу периодической части, затем обращают полученную чистую периодическую дробь в обыкновенную и делят последнюю на 10k, где k – число разрядов, на которые перенесена запятая вправо.

Например: $0,3(1) = \frac{1}{10} \cdot 3,(1) = \frac{1}{10} \cdot 3\frac{1}{9} = \frac{3}{10} + \frac{1}{90} = \frac{28}{90} = \frac{14}{45}$.

Иррациональные числа – бесконечные непериодические десятичные дроби. Например: $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi, e, \log_3 2$ …

Множество рациональных и иррациональных чисел называется множеством действительных чисел R.

Число a называется приближенным значением числа x, вычисленным с точностью до $h>0$, если выполняется неравенство $|x-a|<h$.

Разность $|x-a|$ называют ***погрешностью (абсолютной)***, а h – оценкой погрешности приближенного вычисления.

Относительная погрешность **–** это отношение погрешности к приближенному значению, т.е. число $r=\frac{h}{a}=\frac{|x-a|}{a}$ называют относительной погрешностью вычисления. Часто относительную погрешность указывают в процентах.

Например: «Температура равна 16 плюс-минус 1 градус», т.е. $t=(16\pm1)^{\circ}C$. Это означает, что истинное значение температуры отличается от 16^0C не более чем на 1^0. Эту информацию можно записать так: $16-1<t<16+1$ или $|t-16|<1$. Здесь 16 – приближенное значение температуры, 1 – оценка погрешности. Относительная погрешность равна $\frac{1}{16}=0{,}0625$ или 6,25%.

Например: Приближения числа π

а) $\pi\approx3$ такое приближение упоминается в Библии;

б) $\pi\approx3+\frac{432}{3100}=3{,}12$ - это приближение древнего Вавилона;

в) $\pi\approx\left(\frac{16}{9}\right)^2\approx3{,}16$ - это приближение древних египтян;

г) $\pi\approx\frac{22}{7}=3{,}14...$ - это приближение Архимеда.

д) Вычислим относительную погрешность приближения египтян, приняв приближение Архимеда за наиболее точное. Тогда: $a\approx3{,}16;\ \ h=|3{,}14-3{,}16|=0{,}02;\ \ r=\frac{h}{a}=\frac{0{,}02}{3{,}16}\approx0{,}0063=0{,}63\%$. Т.е. погрешность в вычислении египтян меньше 1%!

Стандартная запись числа. Это представление чисел в виде: $x=a\cdot10^k;\ \ 1\le a<10$. Число а называют мантиссой числа х, а показатель k – его порядком.

Например: $3672500=3{,}672500\cdot10^6\approx3{,}67\cdot10^6$ с точностью до сотых;

Масса Солнца: $M\approx1{,}9891\cdot10^{30}$ кг;

Масса атома водорода: $m\approx1{,}674\cdot10^{-27}$ кг

Задания к практическому занятию

Задача 1. Указать все номера целых чисел данного множества:

1) $\sqrt{8-2\sqrt{15}}\cdot\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)$; 2) $\left(\sqrt{7}\right)^{\log_{\frac{1}{5}}25}$; 3) $\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{2}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$; 4) $33\cdot 0,(15)$; 5) $\left(\sqrt[3]{7\sqrt{6}}\right)^6$.

Решение:

1) $\sqrt{8-2\sqrt{15}}\cdot\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)=\sqrt{8-2\sqrt{5}\sqrt{3}}\cdot\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(\sqrt{5})^2-2\sqrt{5}\sqrt{3}}\cdot$
$\cdot\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)=\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2}\cdot\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)=\left|\sqrt{3}-\sqrt{5}\right|\cdot\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)=-\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)\cdot$
$\cdot\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)=\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)=\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2=5-3=2$

2) $\left(\sqrt{7}\right)^{\log_{\frac{1}{5}}25}=7^{\frac{1}{2}\log_{5^{-1}}5^2}=7^{-1}=\dfrac{1}{7}$;

3) $\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{2}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{2})(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{(\sqrt{7}-\sqrt{2})(\sqrt{7}+\sqrt{2})}=\dfrac{\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)^2}{\left(\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\dfrac{9+\sqrt{14}}{7-2}=\dfrac{9+\sqrt{14}}{5}$.

4) $33\cdot 0,(15)=33\cdot\dfrac{15}{99}=33\cdot\dfrac{5}{33}=5$;

5) $\left(\sqrt[3]{7\sqrt{6}}\right)^6=\left(7\sqrt{6}\right)^{6/3}=\left(7\sqrt{6}\right)^2=49\cdot 6=294$.

Ответ: 1; 4; 5.

Задача 2. Вычислить:

1) $\left(8\sqrt{27}-\sqrt[3]{32}\right)-\left(\sqrt[3]{108}+6\sqrt{48}\right)$.

Решение: т.к. $8\sqrt{27}=8\sqrt{9\cdot 3}=8\cdot 3\sqrt{3}=24\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{32}=\sqrt[3]{8\cdot 4}=2\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[3]{108}=\sqrt[3]{27\cdot 4}=3\sqrt[3]{4}$, $6\sqrt{48}=6\sqrt{16\cdot 3}=6\cdot 4\sqrt{3}=24\sqrt{3}$, то

$\left(8\sqrt{27}-\sqrt[3]{32}\right)-\left(\sqrt[3]{108}+6\sqrt{48}\right)=24\sqrt{3}-2\sqrt[3]{4}-3\sqrt[3]{4}-24\sqrt{3}=-5\sqrt[3]{4}$.

Ответ: $-5\sqrt[3]{4}$.

2) $\sqrt[3]{\left(\dfrac{\sqrt{7}}{-7}\right)^{-6}\left(7-5\sqrt{2}\right)^3}+\sqrt{\left(\dfrac{5\sqrt{2}}{50}\right)^{-2}\left(7-5\sqrt{2}\right)^2}$.

Решение: используя свойства арифметических корней: $\sqrt{a^2}=|a|$ и $\sqrt[3]{a^3}=a$, имеем

$$\left(\frac{\sqrt{7}}{-7}\right)^{-2}\left(7-5\sqrt{2}\right)+\left(\frac{5\sqrt{2}}{50}\right)^{-1}\left|7-5\sqrt{2}\right|=\frac{49}{7}\left(7-5\sqrt{2}\right)+\frac{50}{5\sqrt{2}}\left(5\sqrt{2}-7\right)=$$

$$\left(7-5\sqrt{2}\right)\left(7-5\sqrt{2}\right)=99-70\sqrt{2}.$$

Ответ: $99-70\sqrt{2}$.

Задача 3. Если 30% числа равны $\sqrt{\left(9+\sqrt{82}\right)^2}-\sqrt{\left(9-\sqrt{82}\right)^2}$, то само число равно?

Решение: т.к. $\sqrt{a^2}=|a|$, то

$\sqrt{\left(9+\sqrt{82}\right)^2}-\sqrt{\left(9-\sqrt{82}\right)^2}=9+\sqrt{82}-\left|9-\sqrt{82}\right|=9+\sqrt{82}-\sqrt{82}+9=18.$ Итак, 30% числа равны 18, следовательно, обозначив искомое число через *x,* имеем: $x=\frac{18\cdot 100}{30}=60$.

Ответ: 60.

Задача 4. Упростить выражение:

$$\left(\frac{1}{x-y}+\frac{3xy}{y^3-x^3}\right):\left(\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}-\frac{x+y}{2x-2y}\right)$$

Решение: используя формулы сокращенного умножения, имеем

1) $\frac{1}{x-y}+\frac{3xy}{y^3-x^3}=\frac{x^2+xy+y^2-3xy}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}=\frac{(x-y)^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}=\frac{x-y}{x^2+xy+y^2}$;

2) $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}-\frac{x+y}{2x-2y}=\frac{2x^2+2y^2-x^2-2xy-y^2}{2(x-y)(x+y)}=\frac{(x-y)^2}{2(x-y)(x+y)}=\frac{x-y}{2(x+y)}$;

3) $\frac{x-y}{x^2+xy+y^2}:\frac{x-y}{2(x+y)}=\frac{x-y}{x^2+xy+y^2}\cdot\frac{2(x+y)}{x-y}=\frac{2(x+y)}{x^2+xy+y^2}$.

Ответ: $\frac{2(x+y)}{x^2+xy+y^2}$.

Вопросы к практическому занятию

1. Дать понятие целых, натуральных, рациональных, действительных чисел.
2. Какие числа называются иррациональными?
3. Как находится процент от числа?
4. Перечислите основные свойства корней и степеней.

Практическое занятие 2

Определение функций. Построение и чтение графиков функций. Исследование функции. Свойства линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно-линейной функций. Непрерывные и периодические функции. Обратные функции и их графики. Преобразования графика функции. Гармонические колебания

Теоретическая часть

§2: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 41,45,52,55-60**: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Дать определение функции.
2. Какие виды функций вы знаете?
3. Дать понятие графика функции.
4. Дать понятие периода функции.
5. Дать определение чётной и нечётной функций.

Практическое занятие 3

Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой

Теоретическая часть

§1: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 1-6:** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Как связаны градусная и радианная меры угла?
2. Чему равен 1 радиан?
3. Дать понятие тригонометрической окружности.

Практическое занятие 4

Основные тригонометрические тождества

Теоретическая часть

§1: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 7,8,12:** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Дать понятие тригонометрии как науки.
2. Перечислите основные тригонометрические тождества.

Практическое занятие 5

Формулы сложения, удвоения

Теоретическая часть

§1: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 9,10,11, 21,22**: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Перечислите формулы сложения аргументов тригонометрических функций.
2. Какие вы знаете формулы двойных аргументов тригонометрических функций?

Практическое занятие 6

Формулы преобразование суммы тригонометрических функций в произведение, преобразование произведения тригонометрических функций в сумму

Теоретическая часть

§1: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 14,15 (а, б):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Назовите основные формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение.
2. Назовите основные формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму.

Практическое занятие 7

Тригонометрические функции числового аргумента ч.1

Теоретическая часть

§1: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 28-30(а, б):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Перечислите основные тригонометрические функции.
2. Как называются графики тригонометрических функций?

Практическое занятие 8

Тригонометрические функции числового аргумента ч.2

Теоретическая часть

§1: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 31-33(а, б)**: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Перечислите основные свойства тригонометрических функций.
2. Какие из тригонометрических функций являются нечётными?

Практическое занятие 9

Обратные тригонометрические функции

Теоретическая часть

§3: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 118,121,122,123,124,125**: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Назовите обратные тригонометрические функции.
2. Как связаны графики тригонометрических функций и им обратных?

Практическое занятие 10

Простейшие тригонометрические уравнения ч.1

Теоретическая часть

§3: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 136-140(а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Какие формулы предназначены для решения решений уравнения sin x = a?
2. Какие формулы предназначены для решения решений уравнения cos x = a?

Практическое занятие 11

Простейшие тригонометрические уравнения ч.2

Теоретическая часть

§3: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 141-146(а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Какие формулы предназначены для решения решений уравнения tg x = a?
2. Какие формулы предназначены для решения решений уравнения ctg x = a?

Практическое занятие 12

Решение тригонометрических уравнений ч.1

Теоретическая часть

§3: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 164-168(а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Перечислите основные виды тригонометрических уравнений и методы их решения.

Практическое занятие 13

Решение тригонометрических уравнений ч.2

Теоретическая часть

§3: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 169-174(а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Какие уравнения называются однородными?
2. В чём заключается метод решения тригонометрических уравнений, сводимых к квадратным?

Практическое занятие 14

Решение систем тригонометрических уравнений.

Теоретическая часть

§3: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 175-176:** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Какие методы решения систем уравнений вы знаете?
2. В чём особенность решения систем тригонометрических уравнений?

Практическое занятие 15

Простейшие тригонометрические неравенства ч.1

Теоретическая часть

§3: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 151-157(а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Дать понятие тригонометрической окружности.
2. Какие знаки имеют тригонометрические функции в четвертях?

Практическое занятие 16

Решение тригонометрических неравенств ч.2

Теоретическая часть

§3: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 158-163(а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Какой период имеет каждая из тригонометрических функций?
2. Назовите области определения и области значения каждой из тригонометрических функций.

Практическое занятие 17

Числовая последовательность, способы ее задания, вычисления членов последовательности. Предел последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия

Теоретическая часть

Последовательность можно понимать как частный вид функций, а именно как функцию номера места члена последовательности $a_n = f(n),\ n \in N$.
Обозначение числовой последовательности - $(a_n),(b_n)...$ или $\{a_n\},\{b_n\}$, где n – номер члена последовательности, a_n – *общий член последовательности.*
S_n – *последовательность сумм.* $S_n = a_1 + a_2 + ... + a_{n-1} + a_n$.

Примеры числовых последовательностей:

- $1, 3, 5, 7, ...\quad a_n = 2n-1$;
- $0, 3, 8, 15, ...\quad a_n = n^2 - 1$;
- $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, ...\quad a_n = \frac{n}{n+1}$ и т.д.

Способ задания последовательности, при котором для вычисления n-го члена надо знать предыдущие, называется *рекуррентным.*

1) ***Арифметическая прогрессия*** (a_n) – это числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с постоянным для этой последовательности числом d. Число d называется *разностью прогрессии*.

   Формулы: $\boxed{a_n = a_1 + d(n-1),\ S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n}$

   Например, сумма n первых натуральных чисел: $1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$

2) ***Геометрическая прогрессия*** (b_n) – это числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на постоянное для этой последовательности число q. Число q называется *знаменателем прогрессии*.

   Формулы: $\boxed{b_n = b_1 \cdot q^{n-1},\ S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}}$

3) ***Последовательность Фибоначчи***. Если взять $a_1=1,\ a_2=2$, то получится стандартная последовательность чисел Фибоначчи: 1, 2, 3, 5, 8, 11, 21, … Здесь $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$, т.е. задается с a_3.

   В такой последовательности разность между соседними членами также является последовательностью Фибоначчи $\{d_n\}$: $\{a_n\}$: 1, 2, 3, 5,8, 11, 21,…
   $\{d_n\}$: 1, 1, 2, 3, 5, 8,…

   Формула общего члена: $\boxed{a_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right)}$

4) ***Последовательность факториалов***. Приняв $a_1=1$, a_n является произведением натуральных чисел от 1 до n: $\boxed{a_n = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot \ldots \cdot n = n!}$. Восклицательный знак – это обозначение факториала. Например: $3! = 1\cdot 2\cdot 3 = 6,\quad 6! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6 = 3!\cdot 4\cdot 5\cdot 6 = 720$.

Формула общего члена: $\boxed{a_{n+1} = (n+1)a_n}$

5) ***Последовательность квадратов***. Это последовательность чисел 1, 4, 9, 25, 36, … Задается первым членом $a_1=1$ и формулой: $\boxed{a_{n+1} = a_n + 2n + 1}$

Предел последовательности

Число А называют *пределом* последовательности $a_1, a_2, \ldots$, если начиная с некоторого момента все члены этой последовательности, будут сколь угодно мало отличаться от А.

Обозначение: $\boxed{A = \lim\limits_{n\to\infty} a_n}$

Произношение: предел последовательности a_n при n стремящемся к бесконечности; *lim* от латинского лимит.

Последовательности, которые имеют пределы, называются ***сходящимися***, а которые не имеют – ***расходящимися***.

К явно сходящимся последовательностям относится и ***бесконечно убывающая геометрическая прогрессия***.

Это геометрическая прогрессия, у которой $|q| < 1$. Для неё определяется понятие *суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии*, а именно: это число, к которому неограниченно приближается сумма n первых членов рассматриваемой прогрессии при неограниченном возрастании числа n.

Сумма членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии вычисляется по формуле: $S = \dfrac{b_1}{1-q}$

Правила вычисления пределов:

1) $\lim\limits_{n\to\infty} C = C \quad (C = const)$

2) $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n + b_n) = \lim\limits_{n\to\infty} a_n + \lim\limits_{n\to\infty} b_n$

3) $\lim\limits_{n\to\infty} c\cdot a_n = c\cdot \lim\limits_{n\to\infty} a_n$

4) $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n \cdot b_n) = \lim\limits_{n\to\infty} a_n \cdot \lim\limits_{n\to\infty} b_n$

5) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n} = \dfrac{\lim\limits_{n\to\infty} a_n}{\lim\limits_{n\to\infty} b_n} \quad \left(\lim\limits_{n\to\infty} b_n \neq 0\right)$

Задания к практическому занятию

1) $\lim\limits_{n\to\infty} 2 = 2,$ 2) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0,$ 3) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+1)-1}{n+1} = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n+1}\right) = \lim\limits_{n\to\infty} 1 - \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n+1} = 1-0=1$

4) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1-2n}{3n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}-\frac{2n}{n}}{\frac{3n}{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}-2}{3} = -\frac{2}{3} \quad \left(\frac{1}{n} \underset{n\to\infty}{\to} 0\right),$ 5) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2+3n^3}{2n^2+2n+2} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{n^2}{n^3}+\frac{3n^3}{n^3}}{\frac{2n^2}{n^3}+\frac{2n}{n^3}+\frac{2}{n^3}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{0+3}{0} = \infty$

Вопросы к практическому занятию

1. Какие формулы называются рекуррентными?
2. Дать понятие предела числовой последовательности.

Практическое занятие 18

Производная

Теоретическая часть

§4: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 208-217:** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Дать определение производной.
2. Запишите формулы таблицы производных.

Практическое занятие 19

Производные тригонометрических функций

Теоретическая часть

§4: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 231-239 (а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Перечислите правила вычисления производных.
2. Назовите производные основных тригонометрических функций.

Практическое занятие 20

Производная: механический и геометрический смысл производной

Теоретическая часть

§5: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 267-270:** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. В чём заключается геометрический смысл производной?
2. В чём заключается физический смысл производной?

Практическое занятие 21

Уравнение касательной в общем виде

Теоретическая часть

§5: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 251-260 (а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Расскажите алгоритм составления уравнения касательной.
2. Назовите основные формулы вычисления производных.

Практическое занятие 22

Исследование функции с помощью производной

Теоретическая часть

§6: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 279-281, 288, 290 (а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Расскажите алгоритм нахождения промежутков монотонности функции.
2. Дайте определение экстремумов функции.

Практическое занятие 23

Исследование и построение графиков функций с помощью производной ч.1

Теоретическая часть

§6: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 296-298 (а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Расскажите алгоритм исследования и построения графика функции с помощью производной.

Практическое занятие 24

Исследование и построение графиков функций с помощью производной ч.2

Теоретическая часть

§6: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 299-302 (а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Какие функции называются монотонными?
2. Как проходит график чётной и нечётной функций?

Практическое занятие 25

Нахождение экстремальных значений функции

Теоретическая часть

§6: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 290-293(а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Как определяется экстремум функции?
2. Какие точки называются критическими?

Практическое занятие 26

Нахождение наибольшего, наименьшего значений функции

Теоретическая часть

§6: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 305-309, 311-315:** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Расскажите алгоритм исследования функции на максимум и минимум на отрезке.

Практическое занятие 27

Первообразная

Теоретическая часть

§7: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 326-333 (а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Дайте понятие первообразной.
2. В чём заключается геометрический смысл первообразной?

Практическое занятие 28

Первообразная. Правила нахождения

Теоретическая часть

§7: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 342-347 (а, в), 348, 349:** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Перечислите основные правила нахождения первообразной.
2. Назовите основные формулы таблицы первообразных.

Практическое занятие 29

Интеграл. Теорема Ньютона-Лейбница. Применение интеграла к вычислению физических величин и площадей

Теоретическая часть

§8: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 353, 355, 357-366(а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Сформулируйте теорему Ньютона-Лейбница.
2. Запишите формулу для вычисления площади криволинейной трапеции.

Практическое занятие 30

Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами. Корень n-й степени и его свойства

Теоретическая часть

§9: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 381-416(а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Перечислите основные свойства корней.

Практическое занятие 31

Корни уравнений. Равносильность уравнений. Преобразование уравнений. Основные приемы решения уравнений. Решение систем уравнений. Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств

Теоретическая часть

Числовые равенства бывают верными и неверными.

3 = 3 – верное числовое равенство; 3 = 5 – неверное числовое равенство.

Уравнение – это буквенное равенство, т.е. в уравнение входят переменные.

Корень уравнения – это значение переменной, при котором уравнение обращается в верное числовое равенство. Например, уравнение $x-2=3$ при $x = 5$ превращается в верное числовое равенство 5 = 5.

Решить уравнение – значит найти все его корни или доказать, что их нет. Количество корней уравнения может быть любым: есть уравнения, в которых только один корень, есть такие, что корней два, три или больше; бывают уравнения, в которых корней бесконечно много или их нет вовсе.

Степень уравнения – число, равное старшей степени переменной. Например,

$2x^3-3x^2+4x=3x-2$ - уравнение третьей степени;

$x^2+y^2=25$ - уравнение второй степени;

$xy^2-x^2y=2x$ - уравнение третьей степени.

Равносильность уравнений

1) Уравнение (2) называется **следствием** уравнения (1), если все корни уравнения (1) являются корнями уравнения (2). **(1) ⇒ (2)**

Пример: $x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$ наоборот неверно.

2) Если все корни уравнения (1) являются корнями уравнения (2), и наоборот, все корни уравнения (2) являются корнями уравнения (1), то уравнения (1) и (2) называются **равносильными**. **(1) ⇔ (2)**

Пример: $2x – 5 = x +7 \Leftrightarrow 2x – x = 7 + 5$

Замечание: два уравнения равносильны, если оба не имеют корней.

Теоремы равносильности

- Если любое выражение, входящее в уравнение, заменить тождественно равным ему на ОДЗ выражением, то полученное уравнение равносильно исходному.

Пример: а) $(x-2)^2 = x^2 - 5x + 7 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = x^2 - 5x + 7$

б) $\sqrt{x^2} - 2\sqrt{x} = -1 \Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} = -1$ на ОДЗ: $x \geq 0$

- Если к обеим частям уравнения f(x) = g(x), прибавить выражение q(x), имеющее смысл на ОДЗ, то получится уравнение, равносильное исходному.

Пример: $x^2 - 3x + 2 = x^2 - x + 7 \,/\, -x^2 \;\Leftrightarrow\; -3x + 2 = -x + 7$ ОДЗ: $x \in R$

Следствие: если любое слагаемое перенести из одной части уравнения в другую, поменяв при этом знак на противоположный, то получится уравнение, равносильное данному.

- Если обе части уравнения f(x) = g(x) умножить (или разделить) на выражение q(x), имеющее смысл и **отличное от 0** на ОДЗ, то получится уравнение, равносильное данному.

Пример: а) $-3x = 5 \,|\, :(-3) \Leftrightarrow x = -3/5$ б) $(x^2+1)x = x^2+1 \,|\, :(x^2+1) \Leftrightarrow x=1$ (делить можно, т.к. $x^2+1 \neq 0$)

Линейные уравнения

Это уравнения первой степени. Стандартный вид уравнения: $ax + b = 0$, где *a* и *b* – числа (коэффициенты), при этом *a* – старший коэффициент (коэффициент при старшей степени переменой). Как правило, линейные уравнения имеют один корень.

Однако в линейных уравнениях может быть и другая ситуация. Например, уравнение $2x-3=2x-3$ сводится к равенству 0=0. Это верное числовое равенство, и оно не зависит от значения переменной *x*, т.е. решений бесконечно много. Здесь ответ: *x* – любое число.

При этом уравнение $2x-3=2x+3$ сводится к равенству 0=-6. Это неверное числовое равенство, не зависящее от *x*. Здесь ответ: решений нет.

Квадратные уравнения

Это уравнения второй степени, которые соответственно имеют два корня**; квадратное уравнение не может иметь один корень!** Стандартный вид уравнения: $ax^2 + bx + c = 0$, где *a* – старший коэффициент, ***a≠0,*** *b и c* – любые числа.

Все квадратные уравнения делятся на полные и неполные. В полных уравнениях все коэффициенты отличны от нуля; соответственно в неполных, коэффициенты b или c равны нулю.

Полные квадратные уравнения (в уравнении есть все 3 слагаемых) $ax^2 + bx + c = 0$

D – Дискриминант уравнения: $\boxed{D = b^2 - 4ac}$; формула корней $\boxed{x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}}$

От дискриминанта зависит наличие корней уравнения и их вид.

Если	Количество корней уравнения	Разложение на множители квадратного трехчлена
D>0	2 различных корня - x_1, x_2	$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$
D=0	2 одинаковых корня - $x_1 = x_2$	$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$
D<0	Действительных корней нет	невозможно

Пример:

$2x^2 + 5x - 52 = 0; \quad$ a = 2, b = 5, c = -52; $D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-52) = 25+$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{441}}{2 \cdot 2} = \frac{-5 \pm 21}{4}; \quad x_1 = \frac{-5 - 21}{4} = \frac{-26}{4} = -\frac{13}{2} = -6{,}5$$

$$2x^2 + 5x - 52 = 2 \cdot \left(x - \left(-\frac{13}{2} \right) \right) \cdot (x - 4) = (2x + 13)(x - 4)$$

<u>Неполные квадратные уравнения</u>

$$\boxed{\begin{aligned} &ax^2 = -c \\ &x^2 = -\frac{c}{a} \\ &x_{1,2} = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}} \end{aligned}}$$

1) **Если коэффициент b=0**. Вид уравнения $ax^2 + c = 0$.

Решение:

Пример: 1) $\begin{aligned} &2x^2 - 6 = 0 \\ &2x^2 = 6 \,|\div 2 \\ &x^2 = 3 \\ &x_{1,2} = \pm\sqrt{3} \end{aligned}$ 2) $\begin{aligned} &25 - x^2 = 0 \\ &-x^2 = -25 \\ &x^2 = 25 \\ &x_{1,2} = \pm 5 \end{aligned}$ 3) $\begin{aligned} &x^2 + 4 = 0 \\ &x^2 = -4 \end{aligned}$

решений нет

При желании такие уравнения можно решать методом **разложения на множители**, используя формулу разности квадратов. Например:

1) $x^2 - 49 = 0; \quad (x - 7)(x + 7) = 0; \quad x - 7 = 0$ или $x + 7 = 0; \quad x_1 = 7; \; x_2 = -7$

2) $12 - 4x^2 = 0 \,|\div 4; \; 3 - x^2 = 0; \; (\sqrt{3} - x)(\sqrt{3} + x) = 0; \; \left[\begin{aligned} &\sqrt{3} - x = 0 \\ &\sqrt{3} + x = 0 \end{aligned}\right. \quad x_{1,2} = \pm\sqrt{3}$

Квадратная скобка в уравнении 2 означает операцию «или».

2) **Если коэффициент с=0**. Вид уравнения $ax^2 + bx = 0$

Метод решения: разложение на множители.

Решение: x·(ax+b)=0 x=0 или ax+b=0. Здесь: $x_1=0$ всегда, $x_2=-b/a$

Пример: $\begin{aligned} &x - 3x^2 = 0 \\ &x(x - 3) = 0 \\ &x_1 = 0, x_2 = 3 \end{aligned}$

3) **Если коэффициенты b=0 и c=0** Вид уравнения $ax^2 = 0; \quad x^2 = 0; \quad x_{1,2} = 0$

<u>Приведенные квадратные уравнения</u> (это уравнения, в которых коэффициент а=1)

Вид уравнения $x^2 + bx + c = 0$. Такие уравнения удобно решать, используя теоремы Виета:

Если x_1 и x_2 – корни уравнения, то выполняются условия $\begin{cases} x_1 + x_2 = -b \\ x_1 \cdot x_2 = c \end{cases}$

Пример: 1) $\boxed{\begin{array}{l} x^2 + 6x + 5 = 0,\ (\mathrm{D} = 16) \\ \begin{cases} x_1 + x_2 = -6 \\ x_1 \cdot x_2 = 5 \end{cases} \quad x_1 = -5,\ x_2 = -1 \end{array}}$ 2)

$\boxed{\begin{array}{l} -x^2 + 7x + 8 = 0 \ \Big|\cdot(-1) \quad x^2 - 7x - 8 = 0 \\ \begin{cases} x_1 + x_2 = 7 \\ x_1 \cdot x_2 = -8 \end{cases} \quad x_1 = -1,\ \ x_2 = 8 \end{array}}$

Теоремы Виета для полного квадратного уравнения.

Если *x_1 и x_2 – корни уравнения* $ax^2 + bx + c = 0$, *тогда* $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$

Помимо линейных и квадратных необходимо упомянуть о некоторых других уравнениях и методах решения.

Уравнения, решаемые методом замены переменной (биквадратные и другие)

Пример: $2x^4 - 19x^2 + 9 = 0$. Замена $x^2 = t;\ t \geq 0$

$$2t^2 - 19t + 9 = 0;\quad D = 19^2 - 4\cdot 2\cdot 9 = 289;\quad t_{1,2} = \frac{19 \pm 17}{4}$$

Тогда:

$$t_1 = 9;\quad x^2 = 9;\quad x_{1,2} = \pm 3$$

$$t_2 = \frac{1}{2};\quad x^2 = \frac{1}{2};\quad x_{3,4} = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$$

Дробно-рациональные уравнения (это уравнения, содержащие в знаменателе переменную).

Схема решения: а) ОДЗ ; б) домножить обе части уравнения на знаменатель; в) решить полученное уравнение.

Пример: $\dfrac{x^2 - 4}{x + 3} = \dfrac{x - 3}{3}$ 1. ОДЗ $x + 3 \neq 0;\ x \neq -3$

2. Домножим обе части уравнения на общий знаменатель: $\dfrac{x^2 - 4}{x + 3} = \dfrac{x - 3}{3}\Big| \cdot 3\cdot(x + 3)$

3.Получаем уравнение:

$$3\cdot(x^2 - 4) = (x - 3)(x + 3);\quad 3x^2 - 12 = x^2 - 9;\quad 2x^2 = 3;\quad x^2 = \frac{3}{2};\ x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}.$$

Оба корня удовлетворяют ОДЗ. Ответ: $\pm\sqrt{\dfrac{3}{2}}$

Уравнения, решаемые разложением на множители

- ***Уравнения вида A·B=0***

Решение уравнения: A = 0 или B = 0

Пример: $(x^2 - 4)(x + 3) = 0 \quad \left[\begin{array}{l} x^2 - 4 = 0 \\ x + 3 = 0 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x_{1,2} = \pm 2 \\ x_3 = -3 \end{array}\right.$ Ответ: ± 2; -3

- ***Уравнения вида A·B=B***

Решение: $A \cdot B = B$; $\mathrm{A} \cdot \mathrm{B} - \mathrm{B} = 0$; $\mathrm{B}(\mathrm{A} - 1) = 0$, т.е. B=0 или A=1

Пример: $(1-x)(x^2-5)=1-x$ $\left[\begin{array}{l} 1-x=0 \\ x^2-5=1 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2=6 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\pm\sqrt{6} \end{array}\right.$ Ответ: $1;\ \pm\sqrt{6}$

Методы решения систем уравнений

Как правило, существует два основных метода решения систем уравнений:

- Метод подстановки: подразумевает выражение одной из переменных через другую и подстановку в уравнение. При этом уравнение должно оказаться относительно одной переменной.

- Метод сложения: при этом одно или несколько уравнений системы умножаются на коэффициенты таким образом, чтобы при дальнейшем сложении (вычитании) уравнений исчезла одна из переменных.

Случается, что сначала необходимо выполнить замену переменной (или нескольких), чтобы далее воспользоваться одним из методов решения.

Если в системе имеются две переменные, то должно быть два уравнения; три переменные – три уравнения и т.д.

Решением системы с двумя переменными является упорядоченная пара чисел (x; y); решением системы с тремя переменными – упорядоченная тройка чисел (x; y; z) и т.д.

Задания к практическому занятию

1.Найдите корень уравнения

а) 1) $\frac{4}{5}x = 23\frac{1}{5}$; 2) $-\frac{8}{9}x = -18\frac{2}{3}$; 3) $\frac{3}{8}x = -7\frac{7}{8}$; 4) $\frac{x-25}{x-7} = -5$; 5) $\frac{x+53}{x+3} = -4$

б)

1) $3x^2+2x-5=0$; 2) $2x^2-9x+4=0$; 3) $5x^2-8x+4=0$; 4) $-x^2+2x+8=0$; 5) $-x^2+7x-10=0$

в) 1) $4x^2-x=0$; 2) $18-x^2=14$; 3) $\frac{1}{9}x^2-x+2=0$; 4) $\frac{1}{12}x^2-\frac{1}{3}x+1=0$

2. Решить системы

1) $\begin{cases} x-y=5 \\ 2x+y=-2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=y+5 \\ 2\cdot(y+5)+y=-2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=y+5 \\ 2y+10+y=-2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=y+5 \\ 3y=-12 \end{cases}$ $\begin{cases} x=y+5 \\ y=-4 \end{cases}$ $\begin{cases} x=1 \\ y=-4 \end{cases}$

<u>Ответ: (1; -4)</u>

2) $\begin{cases} \frac{1}{x+y}-\frac{10}{x-y}=1 \\ \frac{1}{x+y}+\frac{2}{x-y}=-\frac{3}{5} \end{cases}$ 1. ОДЗ: $\begin{cases} x+y\neq 0 \\ x-y\neq 0 \end{cases}$; $x\neq\pm y$ 2. Замена: $\frac{1}{x+y}=a$; $\frac{1}{x-y}=b$

После замены переменных упрощаем систему: $\begin{cases} a-10b=1 \\ a+2b=-\frac{3}{5} \end{cases}$ Решаем подстановкой:

$$\begin{cases} a=10b+1 \\ 10b+1+2b=-\dfrac{3}{5} \end{cases} \begin{cases} a=10b+1 \\ 12b=-\dfrac{8}{5} \end{cases} \begin{cases} a=10b+1 \\ b=-\dfrac{8}{5}\div\dfrac{12}{1} \end{cases} \begin{cases} a=10b+1 \\ b=-\dfrac{2}{15} \end{cases} \begin{cases} a=10\cdot\left(-\dfrac{2}{15}\right)+1 \\ b=-\dfrac{2}{15} \end{cases} \begin{cases} a=\dfrac{1}{5} \\ b=-\dfrac{2}{15} \end{cases}$$

Теперь – обратная замена: $\begin{cases} \dfrac{1}{x+y}=\dfrac{1}{5} \\ \dfrac{1}{x-y}=-\dfrac{2}{15} \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=-\dfrac{15}{2} \end{cases}$ Полученную систему решим методом сложения. При сложении первого и второго уравнений исчезнет переменная у:

$\begin{cases} 2x=5+\left(-\dfrac{15}{2}\right) \\ x+y=5 \end{cases} \begin{cases} 2x=-\dfrac{5}{2} \\ x+y=5 \end{cases} \begin{cases} x=-\dfrac{5}{4} \\ y=5+\dfrac{5}{4} \end{cases} \begin{cases} x=-\dfrac{5}{4} \\ y=\dfrac{25}{4} \end{cases}$ Решение системы удовлетворяет ОДЗ.

<u>Ответ:</u> $\left(-\dfrac{5}{4};\dfrac{25}{4}\right)$

3) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+y=\dfrac{3}{2} \\ \dfrac{1}{x^2}+y^2=\dfrac{5}{4} \end{cases}$ $1.\,\text{ОДЗ}: x\neq 0;\quad 2.\,\text{замена}: \dfrac{1}{x}=t$. Получили систему: $\begin{cases} t+y=\dfrac{3}{2} \\ t^2+y^2=\dfrac{5}{4} \end{cases}$

Решаем подстановкой:

$$\begin{cases} t=\dfrac{3}{2}-y \\ \left(\dfrac{3}{2}-y\right)^2+y^2=\dfrac{5}{4} \end{cases} \begin{cases} t=\dfrac{3}{2}-y \\ \dfrac{9}{4}-3y+y^2+y^2=\dfrac{5}{4} \end{cases} \left[\begin{array}{l} 2y^2-3y+1=0 \\ D=1;\quad y_{1,2}=\dfrac{3\pm1}{4} \\ y_1=1;\quad y_2=\dfrac{1}{2} \end{array}\right] \begin{cases} t=\dfrac{3}{2}-y \\ \left[\begin{array}{l} y_1=1 \\ y_2=\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \end{cases}$$

В результате исходная система разбилась на две: $\begin{cases} y_1=1 \\ t_1=\dfrac{1}{2} \end{cases} \begin{cases} y_1=1 \\ x_1=2 \end{cases}$ $\begin{cases} y_2=\dfrac{1}{2} \\ t_2=1 \end{cases} \begin{cases} y_2=\dfrac{1}{2} \\ x_2=1 \end{cases}$

Ответ: $(2;1),\ \left(1;\dfrac{1}{2}\right)$

4) $\begin{cases} x^2y+y=9 \\ y+x^2=9 \end{cases}$ Из первого уравнения очевидно, что y не может быть нулем. Решение – заменой переменной.

$$\begin{cases} x^2y+y=9 \\ y+x^2=9 \end{cases} \begin{cases} y(x^2+1)=9 \\ y+(x^2+1)-1=9 \end{cases} \begin{cases} x^2+1=t \\ y\neq 0 \end{cases} \begin{cases} y=\dfrac{9}{t} \\ \dfrac{9}{t}+t-10=0 \,\Big|\cdot t \end{cases} \begin{cases} y=\dfrac{9}{t} \\ t^2-10t+9=0 \end{cases} \begin{cases} y=\dfrac{9}{t} \\ \left[\begin{array}{l} t_1=1 \\ t_2=9 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_1=1 \\ y_1=9 \end{cases} \begin{cases} x^2+1=1 \\ y_1=9 \end{cases} \begin{cases} x^2=0 \\ y_1=9 \end{cases} \begin{cases} x_1=0 \\ y_1=9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_2=9 \\ y_2=1 \end{cases} \begin{cases} x^2+1=9 \\ y_2=1 \end{cases} \begin{cases} x^2=8 \\ y_2=1 \end{cases} \begin{cases} x_{2,3}=\pm\sqrt{8}=\pm2\sqrt{2} \\ y_2=1 \end{cases}$$

Ответ: $(0;9),\ (-2\sqrt{2};1),\ (2\sqrt{2};1)$

Вопросы к практическому занятию

1. Дайте понятие корня уравнения.
2. Какие уравнения называются равносильными?
3. Запишите формулы для решени квадратных уравнений.

Практическое занятие 32

Решение иррациональных уравнений

Теоретическая часть

§9: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 417-422(а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Дайте понятие иррационального уравнения.
2. Перечислите методы решения иррациональных уравнений.

Практическое занятие 33

Иррациональные уравнения

Теоретическая часть

§9: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 423-427(а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Какие уравнения называются иррациональными?
2. В чём заключается особенность решения иррациональных уравнений?

Практическое занятие 34

Нахождение значений степеней с рациональными показателями. Сравнение степеней. Преобразования выражений, содержащих степени

Теоретическая часть

§9: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 428-438(а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Назовите основные свойства степеней.
2. Дайте определение степени с рациональным показателем.

Практическое занятие 35

Показательная функция

Теоретическая часть

§10: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 448-450, 453:** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Дайте определение показательной функции.
2. Сформулируйте свойства показательной функции.

Практическое занятие 36

Решение показательных уравнений. Решение прикладных задач

Теоретическая часть

§10: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 460-465 (а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Какие уравнения называются показательными?
2. Перечислите основные методы решения показательных уравнений.

Практическое занятие 37

Показательные уравнения и их системы

Теоретическая часть

§10: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 468-471 (а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. В чём заключается метод приведения к одному основанию?
2. Перечислите методы решения систем показательных уравнений.

Практическое занятие 38

Показательные неравенства

Теоретическая часть

§10: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 466, 467, 472-475 (а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Какие неравенства называются показательными?
2. В чём особенность решения показательных неравенств?

Практическое занятие 39

Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Переход от одного основания к другому. Вычисление и сравнение логарифмов. Логарифмирование и потенцирование выражений. Приближенные вычисления и решения прикладных задач

Теоретическая часть

§10: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 476-497 (а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Дайте определение логарифма.
2. Перечислите основные свойства логарифмов.

Практическое занятие 40

Решение логарифмических уравнений

Теоретическая часть

§10: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 512-522 (а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Какие уравнения называются логарифмическими?
2. Назовите основные методы решения логарифмических уравнений.

Практическое занятие 41

Логарифмические уравнения и их системы

Теоретическая часть

§10: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 523, 524, 529, 530 (а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. В чём заключается метод потенцирования?
2. Назовите методы решения систем логарифмических уравнений.

Практическое занятие 42

Логарифмические неравенства

Теоретическая часть

§10: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 525-528 (а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Назовите методы решения логарифмических неравенств.
2. В чём заключается особенность решения логарифмических неравенств?

Практическое занятие 43

Производная и интеграл показательной и логарифмической функций

Теоретическая часть

§11: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 537-548 (а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Дайте определение производной.
2. По каким формулам вычисляются производная и интеграл показательной и логарифмической функций?

Практическое занятие 44

Степенная функция

Теоретическая часть

§11: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 558-565 (а, в):** Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2016.

Вопросы к практическому занятию

1. Дайте определение степенной функции.
2. Назовите формулы для вычисления производной и интеграла степенной функции.

Практическое занятие 45

История развития комбинаторики, теории вероятностей и статистики и их роль в различных сферах человеческой жизнедеятельности. Правила комбинаторики. Решение комбинаторных задач. Размещения, сочетания и перестановки. Бином Ньютона и треугольник Паскаля

Теоретическая часть

Комбинаторика - один из разделов математики, который используется в математической логике, вычислительной технике, кибернетике, теории чисел, теории вероятностей и других науках.

Одной из задач комбинаторики является определение количества различных подмножеств из заданного конечного множества, которые можно образовать выборкой элементов из этого множества по определенным правилам, причем в этих выборках расположение элементов может играть важную роль, а может не играть никакой роли; элементы, входящие в выборку могут повторяться, а могут не повторяться; в выборке могут участвовать все элементы заданного множества или не все.

Определение 1. Выборка называется упорядоченной, если порядок следования элементов в ней задан.

Две упорядоченные выборки, различающиеся лишь порядком следования элементов, считаются различными. Если порядок следования элементов не является существенным, то выборка называется неупорядоченной.

Рассматривая различные виды выборок, мы приходим к таким комбинаторным объектам как *размещения* (без повторений и с повторениями), *перестановки* (без повторений и с повторениями) и *сочетания* (без повторений и с повторениями).

Определение 2. Пусть нужно выполнить одно за другим *к* действий, причем 1 действие можно выполнить m_1 способами, 2 действие - m_2 способами и т.д. Тогда общее число способов выполнить все эти *к* действий находится по формуле:

$N = m_1 * m_2 * ... * m_k$.

Определение 3. Число перестановок - это число способов, которыми можно поменять n элементов местами, т.е.

$$P_n = n! = 1 * 2 * 3 * 4 * \ldots * n$$

$$0! = 1! = 1$$

Перестановки с повторениями:

$$P(n_1, n_2, ..., n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! ... n_k!}, \text{ где } n_1 + n_2 + ... + n_k = n$$

Определение 4. Пусть имеется n элементов $a_1, a_2, ... a_n$. Тогда число способов извлечь m элементов, не учитывая порядок следования, определяется числом сочетаний из n по m:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}, \ \text{n>m}$$

Свойства сочетаний:

1^0. $C_n^k = C_n^{n-k}$.

2^0. $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$.

3^0. $C_n^0 + C_n^1 + \ldots + C_n^n = 2^n$.

Определение 5. Пусть имеется n элементов $a_1, a_2, \ldots a_n$. Тогда число способов извлечь m элементов, учитывая порядок следования, определяется числом размещений из n по m:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}, \ \text{n>m}$$

Числа C_n^k

Подсчитывать числа вида C_n^k приходится не только при решении комбинаторных задач, но и для определения ***биномиальных коэффициентов в биноме Ньютона*** *(подробно – в следующей лекции).* Французский математик Блез Паскаль разработал способ вычисления, при котором числа представлены в виде таблицы, которая называется ***арифметический треугольник Паскаля.***

В общем виде треугольник Паскаля имеет следующий вид:

					C_0^0					
				C_1^0		C_1^1				
			C_2^0		C_2^1		C_2^2			
		C_3^0		C_3^1		C_3^2		C_3^3		
	C_4^0		C_4^1		C_4^2		C_4^3		C_4^4	
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
	C_n^0	…	C_n^1	..	…	…	…	C_n^{n-1}		C_n^n

$C_n^0 = 1, \ C_n^n = 1, \ C_n^1 = n, \ C_n^k = C_n^{n-k}$

Боковые стороны треугольника Паскаля состоят из единиц. Внутри треугольника Паскаля стоят числа, получающиеся сложением двух соответствующих чисел над ним.

Формула бинома Ньютона для натуральных n имеет вид:

$$(a+b)^n = C_n^0 \cdot a^n + C_n^1 \cdot a^{n-1} \cdot b + C_n^2 \cdot a^{n-2} \cdot b^2 + \ldots + C_n^k \cdot a^{n-k} \cdot b^k + \ldots + C_n^{n-1} \cdot a^1 \cdot b^{n-1} + C_n^n \cdot b^n$$

где $\boxed{C_n^k = \dfrac{(n)!}{(n-k)! \cdot (k)!}}$ - ***биномиальные коэффициенты***, *представляющие из себя сочетания из n по k.*

Выражение в правой части бинома Ньютона называют ***разложением выражения*** $(a+b)^n$, а выражение $C_n^k \cdot a^{n-k} \cdot b^k$ - ***(k + 1) - м членом разложения***.

К примеру, известная формула сокращенного умножения «квадрат суммы» - это частный случай бинома Ньютона при *n* = *2*: $\underline{(a+b)^2 = C_2^0 \cdot a^2 + C_2^1 \cdot a^1 \cdot b^1 + C_2^2 \cdot a^0 \cdot b^2 = a^2 + 2ab + b^2}$

Аналогичным образом докажите формулу «куба суммы»: $\underline{(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$

Свойства биномиальных коэффициентов

Для коэффициентов бинома Ньютона справедливы следующие свойства:

- коэффициенты, равноудаленные от начала и конца разложения, равны между собой $\underline{C_n^k = C_n^{n-k}}$ (правило симметрии)
- $\underline{C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}}$;
- сумма биномиальных коэффициентов равна числу *2*, возведенному в степень, равную показателю степени бинома Ньютона: $\boxed{C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^n = 2^n}$;
- сумма биномиальных коэффициентов, стоящих на четных местах, равна сумме биномиальных коэффициентов, стоящих на нечетных местах, и равна 2^{n-1}

Первые два свойства являются свойствами числа сочетаний.

Биномиальные коэффициенты разложения удобно представлять в виде треугольника Паскаля:

показатель степени	биномиальные коэффициенты										
0						C_0^0					
1					C_1^0		C_1^1				
2				C_2^0		C_2^1		C_2^2			
3			C_3^0		C_3^1		C_3^2		C_3^3		
⋮		...	...	...	...	...	...	...	...	...	
n	C_n^0		C_n^1	...	...	...	...	...	C_n^{n-1}		C_n^n

Биноминальное разложение с использованием треугольника Паскаля

Рассмотрим следующие выражения со степенями $(a + b)^n$, где a + b есть любой бином, а n - целое число.

$$(a+b)^0 = 1$$
$$(a+b)^1 = a+b$$
$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$
$$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$
$$(a+b)^4 = a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$$
$$(a+b)^5 = a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$$

Каждое выражение - это полином. Во всех выражениях можно заметить особенности.

1. В каждом выражении на одно слагаемое больше, чем показатель степени n.
2. В каждом слагаемом сумма степеней равна n, т.е. степени, в которую возводится бином.
3. Степени начинаются со степени бинома n и уменьшаются к 0. Последний член не имеет множителя a. Первый член не имеет множителя b, т.е. степени b начинаются с 0 и увеличиваются до n.
4. Коэффициенты начинаются с 1 и увеличиваются на определенные значения до "половины пути", а потом уменьшаются на те же значения обратно к 1.

Задания к практическому занятию

1. Сколькими способами можно посадить за круглый стол n мужчин и n женщин так, чтобы никакие два лица одного пола не сидели рядом?

Ответ: $2(n!)^2$ способами. Действительно, выбрать места для мужчин и для женщин можно двумя способами. После этого мужчин можно посадить на выбранных местах n! способами. На остальных местах n! способами можно посадить женщин.

2. Из колоды, содержащей 52 карты, вынули 10 карт. В скольких случаях среди этих карт окажется:

а) хотя бы один туз;

б) ровно один туз;

в) не менее двух тузов;

г) ровно два туза.

Ответ: а) $C_{52}^{10} - C_{48}^{10}$; б) $C_4^1 \cdot C_{48}^9$; в) $C_{52}^{10} - C_{48}^{10} - 4C_{48}^9$; г) $C_4^2 \cdot C_{48}^8$.

3. Для награждения победителей школьной олимпиады по математике куплено 10 различных книг (книги равноценные). Сколькими способами эти книги можно распределить между победителями олимпиады, если участник, занявший 1-е место должен получить 5 книг; победитель, занявший 2-е место – 3 книги, а участник, занявший 3-е место – 2 книги?

Ответ: $C_{10}^5 \cdot C_5^3 \cdot C_2^2 = 2520$ способами.

4. Десять различных книг нужно расставить на двух книжных полках так, чтобы на каждой полке стояло не менее 4 книг. Порядок расположения книг на полке не учитывается. Сколькими способами это можно сделать?

Ответ: $C_{10}^4 \cdot C_6^6 + C_{10}^5 \cdot C_5^5 + C_{10}^6 \cdot C_4^4 = C_{10}^4 + C_{10}^5 + C_{10}^6 = 672$ способа.

Вопросы к практическому занятию

1. Дайте определение комбинаторики.
2. Запишите основные формулы комбинаторики.

Практическое занятие 46

Классическое определение вероятности. Вычисление вероятностей. Прикладные задачи

Теоретическая часть

Алгебра событий. Вероятность

Теория вероятностей - математическая дисциплина, которая изучает закономерности, свойственные случайным событиям или явлениям.

Вероятность характеризует меру возможности появления того или иного события при данном комплексе условий.

Т.о., основными понятиями теории вероятностей являются: испытание, комплекс условий, событие.

Определение 1. Комплекс условий - всё то, что сопровождает данное событие.

Определение 2. Событие - всё то, что может произойти или не произойти при данном испытании.

Определение 3. Событие - достоверно, если оно обязательно произойдёт при данном комплексе условий.

Определение 4. Событие - невозможно, если оно никогда не произойдёт при данном комплексе условий.

Определение 5. Событие - случайное, если оно может произойти или не произойти при данном комплексе условий.

Определение 6. События $A_1, A_2, .. A_n$ - совместные, если появление одного из событий при одиночном испытании не исключает появление других событий.

Определение 7. Два события - независимые, если появление одного из событий не влияет на вероятность появления другого.

Определение 8. (классическое) Вероятность события равна отношению числа исходов, благоприятных появлению данного события, к общему числу всех равновозможных исходов, т.е.

$$P(A) = m\backslash n.$$

Задания к практическому занятию

1. Из кубиков составлено слово «КНИГА». Ребёнок, не умеющий читать, смешал все кубики. Какова вероятность того, что он повторно сложит исходное слово.

Решение: Пусть *A*- событие, что слово «КНИГА» сложено, m = 1, n = 5.
Тогда $P(A)=1\backslash 5!= 1\backslash 120$.

2. В урне 5 синих, 6 красных, 10 зеленых и 15 желтых шаров. Один шар взяли. Найти вероятность того, что этот шар будет синий или желтый.
Решение: Пусть A- событие, что шар синий или желтый.
Тогда $n = 36$, $m = 5+15 = 20$. Значит, $P(A) = m\backslash n = 20\backslash 36 = 5\backslash 9$.

3. При перевозке ящика, в котором содержалась 21 стандартная и 10 нестандартных деталей, утеряна одна деталь, причём неизвестно какая. После перевозки из ящика наудачу извлекается 1 деталь, которая оказалась стандартной. Найти вероятность того, что была утеряна: а) стандартная деталь; б) нестандартная деталь.
Ответ: а) 2/3; б) 1/3.

Вопросы к практическому занятию

1. Перечислите основные виды событий.
2. Сформулируйте классическое определение вероятности.

Практическое занятие 47

Свойства вероятностей, теорема о сумме вероятностей. Представление числовых данных. Прикладные задачи.

Теоретическая часть
Алгебра событий. Вероятность

Определение 1. Суммой нескольких событий называется событие, состоящее в наступлении хотя бы одного из данных событий.

Определение 2. Произведением нескольких событий называется событие, состоящее в совместном наступлении всех этих событий.

Определение 3. Разностью двух событий A и B называется событие, которое состоится, если событие A произойдёт, а событие B не произойдёт.

Пусть из n элементарных событий какое - то число m благоприятствует появлению события A.

Вероятность P(A) удовлетворяет следующим условиям:

1. Вероятность любого события $0<P(A)<1$.
2. Вероятность достоверного события равна 1.
3. Вероятность невозможного события равна 0.

Задания к практическому занятию

1. На 5 одинаковых карточках написаны буквы Б, Е, Р, С, Т. Эти карточки наудачу разложены в ряд. Какова вероятность того, что получится слово БРЕСТ?
Ответ: 1/120.

2. В ящике 4 голубых и 5 красных шаров. Из ящика наугад вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что эти шары разного цвета.
Ответ: 5/9.
3. В бригаде 4 женщины и 3 мужчины. Среди членов бригады разыгрываются 4 билета в театр. Какова вероятность того, что среди обладателей билетов окажется 2 женщины и 2 мужчины?
Ответ: 18/35.

Вопросы к практическому занятию

1. Сформулируйте свойства вероятности.

Практическое занятие 48
Основные теоремы теории вероятностей
Теоретическая часть

Теорема 1(правило «+» вер.): Вероятность суммы несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий,

т.е. $P(A+B+C+\ldots+N) = P(A)+P(B)+\ldots+P(N)$.

Следствие: Сумма вероятностей противоположных событий равна 1, т.е.

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1.$$

Теорема 2: Вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления, т.е.

$P(A+B) = P(A)+P(B) - P(AB)$.

Задания к практическому занятию

1. Подбрасывается игральный кубик. Чему равна вероятность того, что выпадет четное число очков?
Решение: Пусть A - выпало четное число очков; $B_к$ - выпало k очков (k = 1,2,3,4,5,6). Событие A означает, что наступило хотя бы одно из событий: B_2, B_4, B_6, т.е. $A = B_2 + B_4 + B_6$. Поскольку события B_2, B_4, B_6 несовместны, то $P(B_к) = 1/6$ (k = 1,2, 3, 4, 5, 6).
$P(A) = P(B_2)+ P(B_4)+ P(B_6) =1/6+1/6+1/6 =3/6=1/2$.
Замечание: Тот же результат получается и непосредственно по формуле $P(A)=m/n=3/6=1/2$.

2. В урне 40 шариков: 15 голубых, 5 зеленых и 20 белых. Какова вероятность того, что из урны будет извлечен цветной шарик?
Решение: Извлечение цветного шарика означает появление либо голубого, либо зеленого шарика. Вероятность извлечения голубого шарика (событие A): $P(A) = 15/40 = 3/8$. Вероятность извлечения зеленого шарика (событие B): $P(B) = 5/40 = 1/8$. Так как события A и B несовместны, то получим
$P(A+ B) = P(A)+ P(B) =3/8+1/8=4/8=1/2$.

3. Подбрасываются два игральных кубика. Найти вероятность события A - "сумма выпавших очков не превосходит четырех".

Ответ: 1/6.

4. Спортсмен стреляет по мишени, разделенной на 3 сектора. Вероятность попадания в первый сектор равна 0,4, во второй - 0,3. Какова вероятность попадания либо в первый, либо во второй сектор?

Ответ: 0,7.

5. 2 стрелка стреляют по цели. Вероятность попадания первого - 0,7, второго -0,8. Найти вероятность поражения цели.

Решение: Пусть A - событие, что цель поражена.

A_1 -событие, что 1 стрелок попал в цель.

A_2 - событие, что 2 стрелок попал в цель.

Тогда, $P(A) = P(A_1+A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 A_2) = 0.7+0.8-0.56 = 0.94$.

Вопросы к практическому занятию

1. Дайте классическое определение вероятности.
2. Сформулируйте основные теоремы теории вероятностей.

Практическое занятие 49

Аксиомы стереометрии

Теоретическая часть

§1: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 1,3,5**: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Дайте определение стереометрии.
2. Сформулируйте основные аксиомы стереометрии.

Практическое занятие 50

Параллельность прямых в пространстве

Теоретическая часть

§2: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 1,2,3,7,8,13,15:** Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Дайте определение параллельных прямых в пространстве
2. Сформулируйте признак параллельности прямых в пространстве.

Практическое занятие 51

Признаки взаимного расположения прямых. Угол между прямыми. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Теоремы о взаимном расположении прямой и плоскости

Теоретическая часть

§2: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 18, 20, 22, 23, 25, 27-30:** Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Сформулируйте определение перпендикуляра, наклонной, проекции.
2. Запишите формулу для вычисления угла между прямой и плоскостью.
3. Сформулируйте теоремы о взаимном расположении прямой и плоскости.

Практическое занятие 52

Перпендикулярность прямых в пространстве

Теоретическая часть

§3: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 1-6, 9, 10, 12, 13, 17-20:** Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Какие прямые в пространстве называются перпендикулярными?
2. Сформулируйте признак перпендикулярности прямых в пространстве.

Практическое занятие 53

Теорема о трех перпендикулярах. Признаки и свойства параллельных и перпендикулярных плоскостей. Расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости, расстояние между плоскостями, между скрещивающимися прямыми, между произвольными фигурами в пространстве

Теоретическая часть

§3: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 45-50,54-59:** Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Сформулируйте теорему о 3 перпендикулярах.
2. Какие прямые называются скрещивающимися?
3. Сформулируйте признак перпендикулярности плоскостей в пространстве.

Практическое занятие 54

Параллельное проектирование и его свойства. Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника. Взаимное расположение пространственных фигур

Теоретическая часть

§4: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 30-34, 43-46, 48:** Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Назовите свойства параллельного проектирования.
2. Запишите формулу нахождения площади ортогональной проекции многоугольника.

Практическое занятие 55

Декартовы координаты в пространстве

Теоретическая часть

§4: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 1, 2, 4-6, 9-11, 14:** Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Какими координатами характеризуется точка в пространстве?
2. Запишите формулу нахождения середины отрезка в пространстве.

Практическое занятие 56

Декартова система координат в пространстве. Уравнение окружности, сферы, плоскости. Расстояние между точками

Теоретическая часть

§4: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются №№ 1-15: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Какими формулами можно задать уравнение плоскости в пространстве?
2. Запишите формулу для нахождения расстояния между точками в пространстве.

Практическое занятие 57

Векторы. Действия с векторами. Действия с векторами, заданными координатами. Скалярное произведение векторов. Векторное уравнение прямой и плоскости. Использование векторов при доказательстве теорем стереометрии

Теоретическая часть

§4: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 50, 51, 53-58, 65, 66:** Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Дайте понятие вектора.
2. Какие вектора называются компланарными?
3. Запишите формулу для нахождения скалярного произведения векторов.

Практическое занятие 58

Различные виды многогранников. Их изображения. Сечения, развертки многогранников. Виды симметрий в пространстве. Симметрия тел вращения и многогранников

Теоретическая часть

§5: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 2-5:** Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Перечислите основные виды многогранников.

2. Какие виды симметрий в пространстве вы знаете?

Практическое занятие 59-60

Призма

Теоретическая часть

§5: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 7, 9-16, 23:** Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Дайте определение призмы.
2. Какие виды призм вы знаете?
3. Перечислите элементы, из которых состоит призма.

Практическое занятие 61

Параллелепипед

Теоретическая часть

§5: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 26-29, 32:** Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Дайте определение параллелепипеда.
2. Назовите основные свойства параллелепипеда.

Практическое занятие 62-63

Пирамида

Теоретическая часть

§5: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 35-39, 41, 43, 45, 48-50, 56-61:** Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Дайте определение пирамиды.
2. Какая пирамида называется усечённой?
3. Назовите основные элементы пирамиды.

Практическое занятие 64-65

Цилиндр

Теоретическая часть

§6: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 1,3,5,6,7:** Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Сформулируйте определение цилиндра.
2. Что называется образующей цилиндра?

Практическое занятие 66-67

Конус

Теоретическая часть

§6: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 9, 11-15, 21, 23, 27:** Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Сформулируйте определение конуса.
2. В чём отличие конуса от усечённого конуса.
3. Дайте понятие образующей конуса.

Практическое занятие 68-69

Шар

Теоретическая часть

§6: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 29, 31, 32, 36, 37, 43, 52:** Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Какое тело вращения называется шаром?
2. Дайте понятие сферы.

Практическое занятие 70

Объём параллелепипеда

Теоретическая часть

§7: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 1-6, 11-13:** Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Дайте определение диагонали параллелепипеда.

2. Запишите формулу для нахождения объёма параллелепипеда.

Практическое занятие 71

Объём призмы

Теоретическая часть

§7: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 19, 21, 22, 27-30:** Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Запишите формулу для нахождения полной поверхности призмы.
2. Запишите формулу для нахождения объёма прямой, наклонной призмы.

Практическое занятие 72

Объём пирамиды

Теоретическая часть

§7: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 33-37, 46**: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Запишите формулу для нахождения пирамиды.
2. Дайте определение тетраэдра.

Практическое занятие 73

Объём цилиндра

Теоретическая часть

§8: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 1-3:** Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Запишите формулу для нахождения объёма цилиндра.

Практическое занятие 74

Объём конуса

Теоретическая часть

§8: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 7-11, 15-18:** Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. По какой формуле вычисляется объём конуса?
2. Дайте понятие усечённого конуса.

Практическое занятие 75

Объём шара

Теоретическая часть

§8: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 21-24,27-30:** Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Дайте понятие радиуса шара.

2. Запишите формулу для нахождения объёма шара.

Практическое занятие 76-77

Площадь боковой поверхности тел вращения

Теоретическая часть

§8: Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Задания к практическому занятию

На занятии рассматриваются **№№ 36, 38, 39, 42-44:** Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018

Вопросы к практическому занятию

1. Дайте понятие тел вращения.
2. Запишите формулы для вычисления боковой поверхности цилиндра и конуса.

Список рекомендуемой литературы

Список основной литературы

1. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А. Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2020.

2. Геометрия 10-11 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных учреждений / Под ред. А.В. Погорелова. – М.: Просвещение, 2018.

Список дополнительной литературы

1. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник / Е.С. Кочетков, С.О. Смерчинская, В.В. Соколов. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2017. Режим доступа: http://znanium.com/catalog/product/760157